

I

(1) m を定数とする。2つの2次方程式 $x^2 + mx + 2m = 0 \cdots \textcircled{1}$ 、 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$

がある。①、②のうち、どちらか一方だけが異なる2つの実数解をもつような定数 m の値の範囲は

$\boxed{\text{アイ}} \leq m < \boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}} < m \leq \boxed{\text{オ}}$ である。

(2) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 2$ 、 $BC = \sqrt{3}$ 、 $CD = \sqrt{3}$ 、 $DA = 3$ とする。

このとき、 $BD = \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ 、 $\sin \angle BAD = \frac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$ となり、

四角形 ABCD の面積は $\frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ となる。

(3) $\triangle ABC$ は鋭角三角形であり、 $\angle BAC = 50^\circ$ であるとする。 $\triangle ABC$ の内部に点 P をとり、点 B

と点 P 、点 C と点 P とを結び $\triangle PBC$ をつくる。点 P が次の (ア) ~ (ウ) の点であるとき、

$\triangle PBC$ の内角 $\angle BPC$ の大きさをそれぞれ求めよ。

(ア) 点 P が $\triangle ABC$ の内心のとき、 $\angle BPC = \boxed{\text{ツテト}}^\circ$ である。

(イ) 点 P が $\triangle ABC$ の外心のとき、 $\angle BPC = \boxed{\text{ナニヌ}}^\circ$ である。

(ウ) 点 P が $\triangle ABC$ の垂心のとき、 $\angle BPC = \boxed{\text{ネノハ}}^\circ$ である。

2

(1) $\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。

このとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} - \boxed{\text{エ}}$ 、 $a^2 + 4ab + 4b^2 = \boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) $\frac{a-b}{3} = 2c - a = \frac{3b-2c}{8} \neq 0$ とする。

このとき、 $a : b : c$ の比は $\boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}} : \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) $(x+3)^3(x+2)^3$ の展開式における x^3 の係数は、 $\boxed{\text{コサシ}}$ である。

(4) 2つの箱 A、B がある。箱 A にはあたりくじ 2 本を含む 10 本のくじが入っている。箱 B にはあたりくじ 3 本を含む 8 本のくじが入っている。箱 A からくじを 1 本取り出して、箱 B に入れ、次に箱 B からくじを 1 本取り出す。このとき、箱 B から取り出したくじがあたりくじである確率は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。ただし、どのくじを取り出すことも同様に確からしいものとする。

(5) $|2m - 5n| < 3$ を満たす 1 桁の正の整数 m 、 n の値の組は全部で $\boxed{\text{チ}}$ 組ある。

(6) 円 $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 13$ 上の点 $(-2, 1)$ における接線が、円 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ と接するような定数 r の値は $\frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(7) 方程式 $8x - 16 = 9^{\log_3 x}$ の解は、 $x = \boxed{\text{ヌ}}$ である。

(8) 複素数 z を $z = \cos \frac{2}{5} \pi + i \sin \frac{2}{5} \pi$ とするとき、 $z + z^2 + z^3 + z^4$ の値は である。

ただし、 i は虚数単位とする。

(9) 2 つ以上の連続する自然数の和が 100 になる場合は 2 通りあり、それぞれの場合における最も小さい自然数は、 と である。例えば、2 つ以上の連続する自然数の和が 36 になる場合は、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ と $11 + 12 + 13$ の 2 通りあり、それぞれの場合における最も小さい自然数は 1 と 11 である。

3

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}$ を解け。

(2)

(ア) $\frac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2 - 2x + 2}$ が成り立つように、定数 A, B, C の値を求めよ。

(イ) $\int_1^2 \frac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2 - 2x + 2)} dx$ の値を求めよ。

4

(1) 初項と公比が等しい等比数列において、その無限等比級数が収束し、その和が公比の逆数になる場合、この等比数列の公比を求めよ。ただし、公比は 0 ではないとする。

(2)

(ア) 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の導関数を求めよ。

(イ) 任意の正の数 a, b, c に対し、 $a^{\frac{1}{3a}} b^{\frac{1}{3b}} c^{\frac{1}{3c}} \leq e^{\frac{1}{e}}$ が成り立つことを示せ。

ただし、 e は自然対数の底とする。

【計算用紙】

(必要に応じて使用すること)

