令和６年度中学生チャレンジテスト

第３学年

数 学

注　意

1　テスト問題は、１ページから22ページまであります。先生の合図があるまで、問題冊子を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。

3　解答は、ＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い、**濃く、はっきり**と書いてください。また、消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄(らん)を黒く塗(ぬ)りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。
また、解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は、オモテ、ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に、組、出席番号を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　テスト実施(じっし)時間は、45分です。

問題は、次のページから始まります。

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$12 - 2 \times (-6)$ を計算しなさい。

(2)　$x^2 + 2x - 3$ を因数分解しなさい。

(3) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次のように、二元一次方程式 $x - y = -1$ と二元一次方程式 $\boxed{\quad A \quad}$ を組み合わせた連立方程式があり、その解は、$x = 2$、$y =$ $\boxed{\ B\ }$ です。

このとき、$\boxed{\quad A \quad}$ に当てはまる二元一次方程式を、あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ \boxed{\quad A \quad} \end{cases}$$

（解）　$x = 2$、$y =$ $\boxed{\ B\ }$

ア　$x + y = 3$

イ　$x + 4y = 14$

ウ　$x - 3y = -6$

エ　$3x - 2y = 1$

(2) 整数 a、b と、整数 -1、5 が、次のように、a を 1 番目として a、5、b、-1 の順で繰り返し並んでいます。(i)、(ii) の問いに答えなさい。

(1番目)	(2番目)	(3番目)	(4番目)	(5番目)	(6番目)	(7番目)	(8番目)	(9番目)	(10番目)	
a 、	5 、	b 、	-1 、	a 、	5 、	b 、	-1 、	a 、	5 、	…

(i) 17 番目の整数を、次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア a

イ 5

ウ b

エ -1

(ii) 次の**問題**をあとの**求め方**のように解きました。**求め方**中の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる数と $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる式を、それぞれ求めなさい。

問題

(A) 1 番目から 15 番目までの 15 個の整数の和が 13、(B) 1 番目から 30 番目までの 30 個の整数の和が 28 になるとき、整数 a、b の値（あたい）を求めなさい。

求め方

下線部 (A) の 1 番目から 15 番目までの 15 個の整数をみると、次のように、「a、5、b、-1」が繰り返し 3 回現れている。

$$\underbrace{a、5、b、-1}、\underbrace{a、5、b、-1}、\underbrace{a、5、b、-1}、a、5、b$$

よって、下線部 (A) から、次の二元一次方程式をつくることができる。

$3 \times \{a + 5 + b + (-1)\} + a + 5 + b = 13$ ……①

同様に、下線部 (B) から、次の二元一次方程式をつくることができる。

$\boxed{\text{ア}} \times \{a + 5 + b + (-1)\} + \boxed{\text{イ}} = 28$ ……②

①、②を連立方程式として解くと、

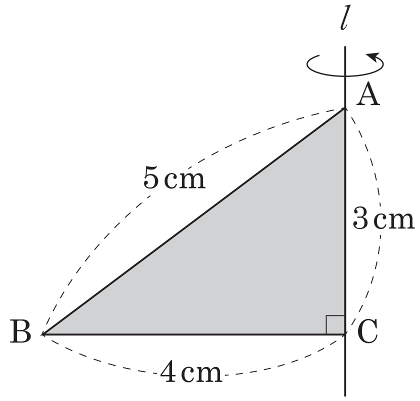
$a = 2$、$b = -3$

a、b の値は整数であり、問題に適している。

3 次の問いに答えなさい。

(1) **図1**の△ABCは、AB = 5 cm、BC = 4 cm、AC = 3 cm、∠ACB = 90°の直角三角形です。△ABCを頂点A、Cを通る直線lを軸として1回転させてできる立体は、底面の半径が4 cmの円錐（えんすい）となります。この円錐について、①、②の問いに答えなさい。

図1



① この円錐の体積として正しいものを、次の**ア**～**エ**から1つ選びなさい。ただし、円周率はπとします。

ア 12π cm^3

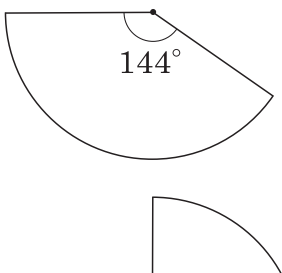
イ 16π cm^3

ウ 20π cm^3

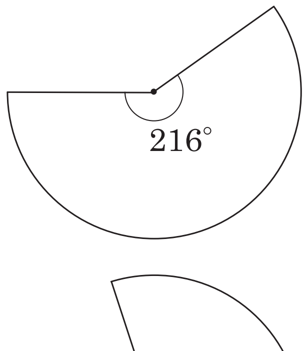
エ 48π cm^3

② 次の**ア**～**エ**の中に、この円錐の展開図で側面になるおうぎ形があります。それを1つ選びなさい。

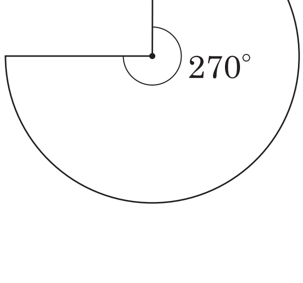
ア



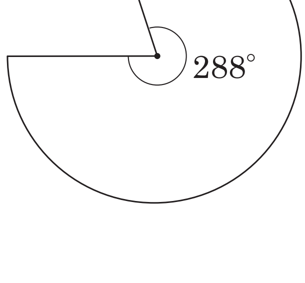
イ



ウ

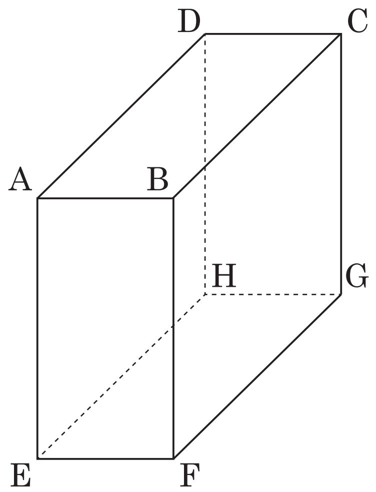


エ



(2)　**図２**の四角柱 ABCD－EFGH は、直方体です。辺 AB とねじれの位置にある辺の本数を、あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

図２



ア　２本

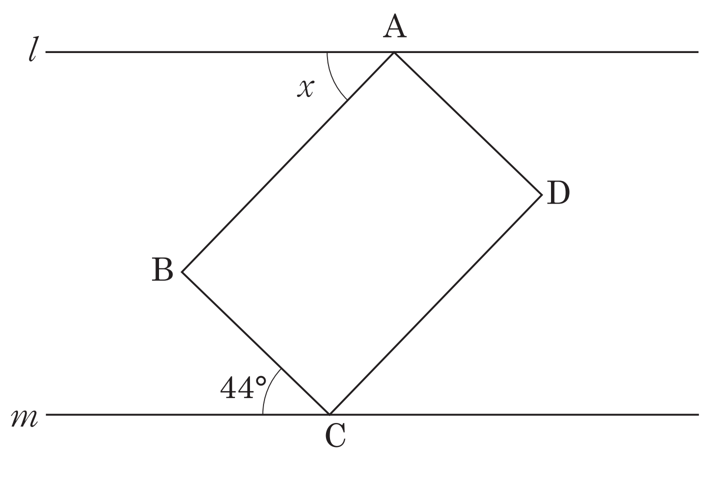
イ　３本

ウ　４本

エ　５本

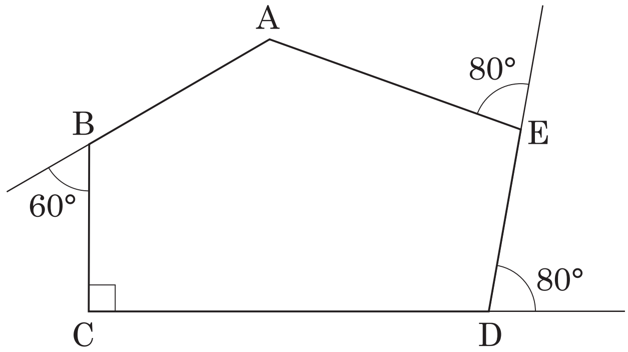
(3)　**図３**の四角形 ABCD は長方形であり、頂点 A、C は平行な２直線 l、m 上にそれぞれあります。直線 m と辺 BC の間の角の大きさが 44° のとき、∠xの大きさを求めなさい。

図３



(4)　**図４**の五角形ABCDEにおいて、頂点B、D、Eにおける外角の大きさはそれぞれ60°、80°、80°であり、頂点Cにおける内角の大きさは90°です。このとき、頂点Aにおける外角の大きさを求めなさい。

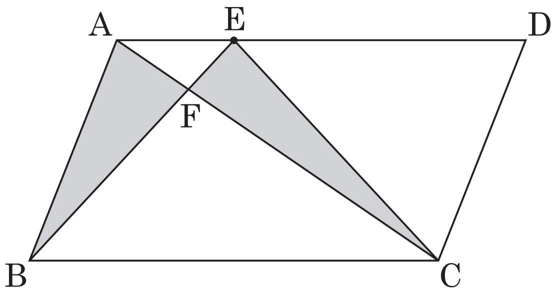
図４



(5)　**図５**は、平行四辺形ABCDの辺AD上に頂点A、Dとは異なる点Eをとり、点Eと頂点B、Cをそれぞれ線分で結び、対角線ACと線分EBの交点をFとしたものです。

図５中の△ABFと△ECFの面積の大小関係について正しく述べたものを、あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

図５



ア　△ABFの面積の方が大きい。

イ　△ECFの面積の方が大きい。

ウ　△ABFと△ECFの面積は等しい。

エ　この条件だけでは判断できない。

問題は、次のページに続きます。

4 次の問いに答えなさい。

(1) y が x に比例するものを、次の**ア**〜**エ**から１つ選びなさい。

ア 周の長さが 30 cm である長方形の縦の長さを x cm とすると横の長さは y cm である。

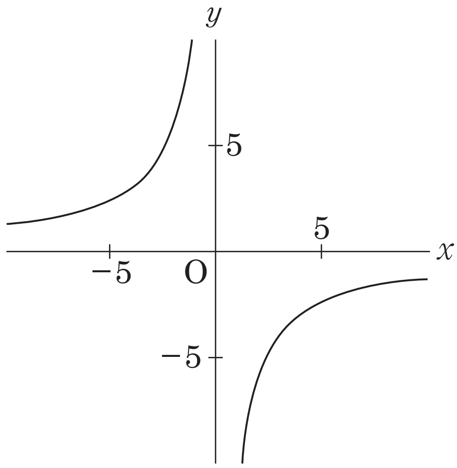
イ 180 m のロープを x 等分すると１本分の長さは y m である。

ウ 750 g の洗剤を x g 使ったときの残りの洗剤の重さは y g である。

エ 1 m あたりの重さが 45 g である針金 x m の重さは y g である。

(2) **図１**の曲線は、反比例のグラフを表しています。あとの**ア**〜**エ**の中に、このグラフの x と y の関係を示した表があります。それを１つ選びなさい。

図１



ア

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	−4	−6	−12	╳	12	6	4	…

イ

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	4	6	12	╳	−12	−6	−4	…

ウ

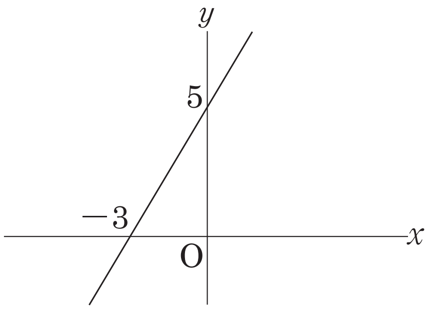
x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	−4	−6	−8	╳	8	6	4	…

エ

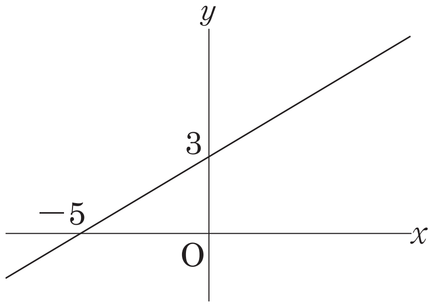
x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	4	6	8	╳	−8	−6	−4	…

(3) 次の**ア**～**エ**の中に、一次関数 $y = \frac{5}{3}x - 2$ のグラフと平行なグラフがあります。それを１つ選びなさい。

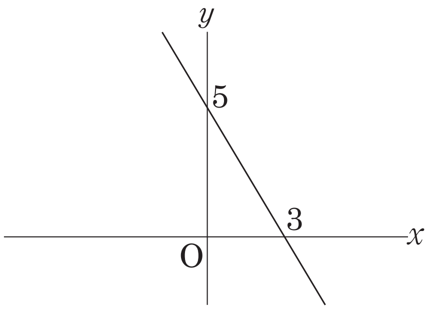
ア



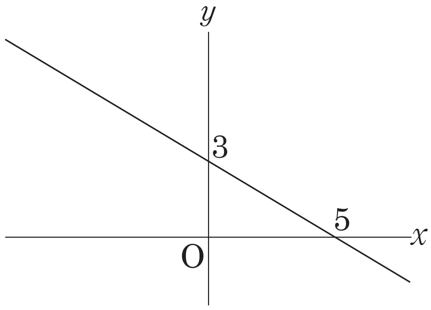
イ



ウ

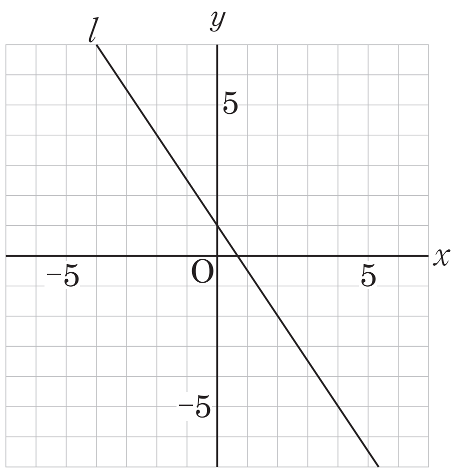


エ



(4) **図２**の直線lは、一次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 1$ のグラフです。xの変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき、yの変域はどのようになりますか。あとの $\boxed{ア}$、$\boxed{イ}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

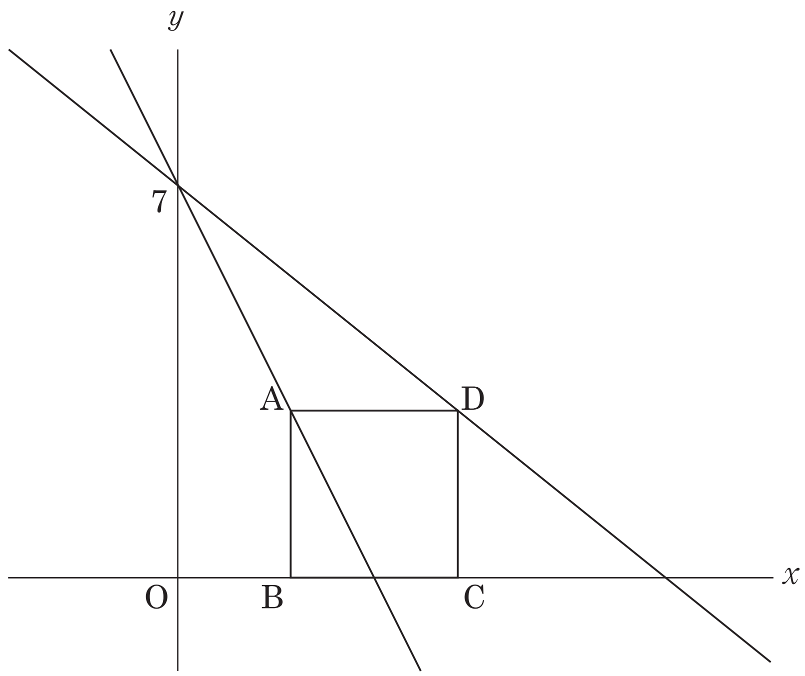
図２



$\boxed{ア} \leqq y \leqq \boxed{イ}$

(5) **図３**において、O は原点、点 B、C は x 軸上の点です。また、点 A は一次関数 $y = -2x + 7$ のグラフ上の点であり、点 D は一次関数 $y = ax + 7$ のグラフ上の点です。 四角形 ABCD が 1 辺の長さが 3 の正方形であるとき、a の値(あたい)を求めなさい。

図３

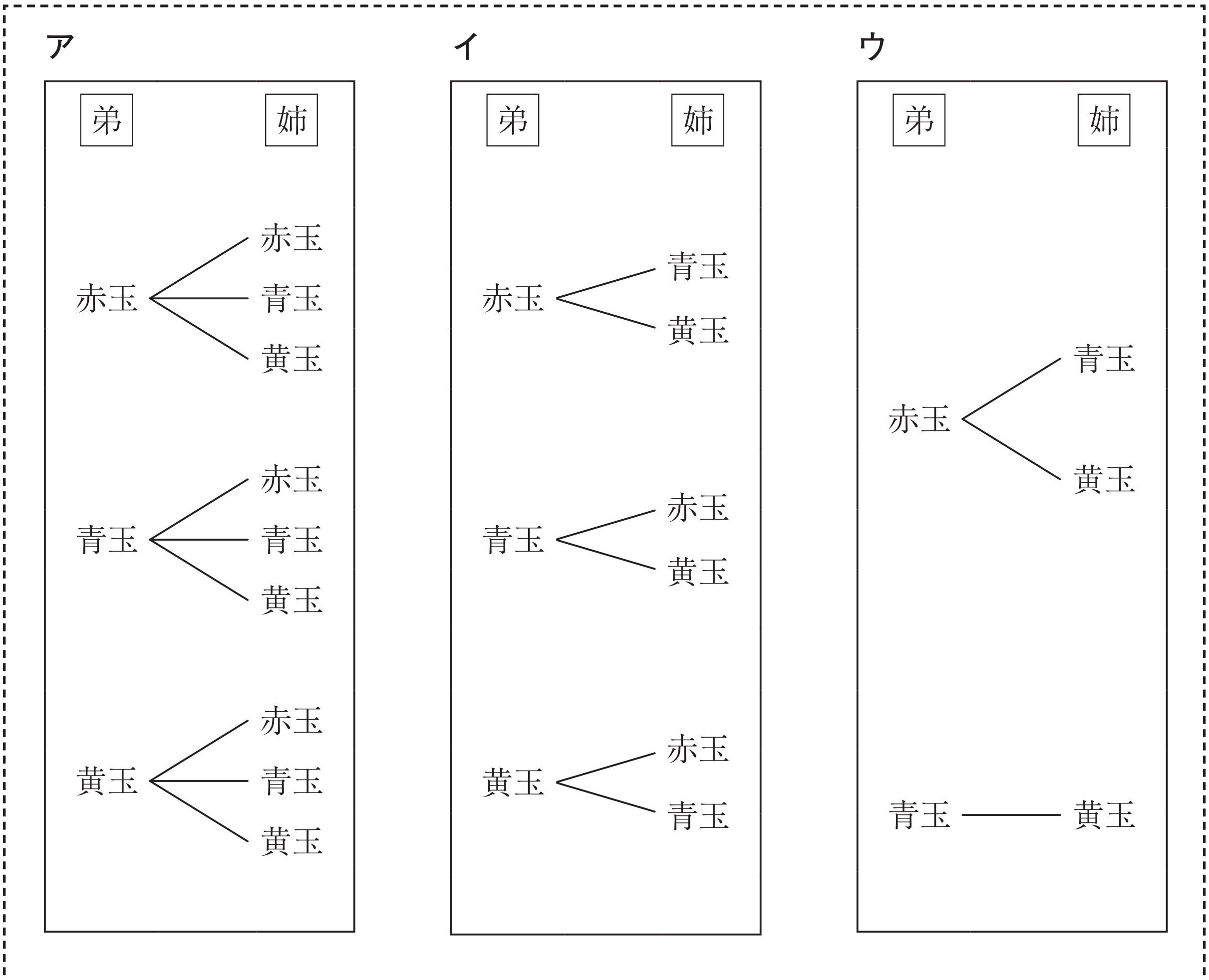


問題は、次のページに続きます。

5 次の問いに答えなさい。

(1) 赤玉１個、青玉１個、黄玉１個の合計３個の玉が入った箱から、弟が玉を１個取り出し、取った玉を箱に**もどさずに**姉が玉を１個取り出します。このとき、玉の取り出し方についてすべての場合を表している樹形図を【A】の**ア**～**ウ**から、弟が取り出した玉が赤玉、姉が取り出した玉が青玉になる確率を【B】の**ア**～**ウ**から、それぞれ１つずつ選びなさい。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとします。

【A】



【B】

ア $\frac{1}{3}$　　**イ** $\frac{1}{6}$　　**ウ** $\frac{1}{9}$

(2)　赤、白ふたつのさいころを同時に投げて、赤のさいころの出た目の数を十の位の数、白のさいころの出た目の数を一の位の数として、2 けたの整数をつくります。

例えば、赤のさいころの出た目の数が 5、白のさいころの出た目の数が 3 のとき、2 けたの整数は 53 になります。

このとき、つくった 2 けたの整数が 4 の倍数である確率を求めなさい。ただし、どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

6 あおさんとそらさんは、「2 つの奇数の積」がどんな数になるか、2 つの奇数を 3 と 5、5 と 9、7 と 13 として、それぞれの場合で調べてみました。

3 と 5 のとき　$3 \times 5 = 15 = 2 \times 7 + 1$

5 と 9 のとき　$5 \times 9 = 45 = 2 \times 22 + 1$

7 と 13 のとき　$7 \times 13 = 91 = 2 \times 45 + 1$

2 人は、これらの結果から次のことを予想しました。

予想

2 つの奇数の積は、奇数になる。

(1) ～ (3) の問いに答えなさい。

(1) 2 人は、**予想**がいつでも成り立つことを、文字を使って説明しようと話し合いました。次の**会話文**は、2 人の話し合いの一部です。

会話文

そらさん　まずは、文字を使って 2 つの奇数をどのように表すかを考えようよ。例えば、n を整数として、2 つの奇数を $2n + 1$、$2n + 3$ と表すのはどうかな。

あおさん　$2n + 1$、$2n + 3$ で示すことができる 2 つの奇数って、例えば、9 と $\boxed{①}$ のような、連続している 2 つの奇数（2 つの続いた奇数）だけじゃないのかな。

そらさん　確かに、9 と $\boxed{②}$ のような、連続していない 2 つの奇数を示すことができないね。つまり、2 つの奇数を $2n + 1$、$2n + 3$ と表した説明は、$\boxed{③}$ 2 つの奇数のときだけの説明になるということだね。

あおさん　うん。いつでも成り立つことの説明とはいえないわけだね。

そらさん　そうだね。だったら、2 つの奇数を、異なる 2 つの文字、例えば、m、n を使って表すといいのじゃないかな。

会話文中の $\boxed{①}$、$\boxed{②}$ それぞれには、次の【A】の**ア**～**エ**のいずれかが当てはまります。それらを 1 つずつ選びなさい。また、**会話文**中の $\boxed{③}$ には、あとの【B】の**ア**、**イ**のいずれかが当てはまります。それを選びなさい。

【A】

ア　10　　**イ**　11　　**ウ**　12　　**エ**　13

【B】

ア　連続している　　**イ**　連続していない

(2)　**予想**がいつでも成り立つことを次のように説明します。**説明**を完成しなさい。

説明

m、n を整数とすると、2 つの奇数は $2m+1$、$2n+1$ と表される。
このとき、2 つの奇数の積は、

$(2m+1)(2n+1)=$

よって、2 つの奇数の積はいつでも奇数になる。

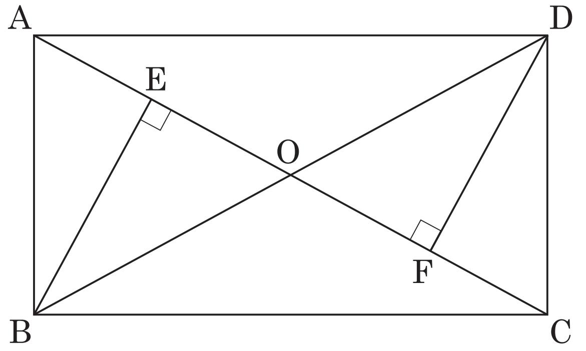
(3)　2 人は、「2 つの奇数」を「2 つの偶数（ぐうすう）」に変えたとき、その積がどんな数になるか、2 つの偶数を 2 と 4、2 と 6、4 と 10 として、それぞれの場合で調べてみました。

2 と 4 のとき　$2\times 4=8$
2 と 6 のとき　$2\times 6=12$
4 と 10 のとき　$4\times 10=40$

これらの結果から、「2 つの偶数の積」はどんな数になると予想できますか。**予想**のように「〜は、……になる。」という形で書きなさい。

7 **図1**において、四角形ABCDはAB＜BCの長方形です。点E、Fは、四角形の頂点B、Dそれぞれから対角線ACに引いた垂線と対角線ACとの交点です。点Oは対角線AC、BDの交点です。(1)、(2)の問いに答えなさい。

図1



(1) **図1**において、三角形BEOと三角形DFOが合同であることを、次のように証明しました。(ⅰ)、(ⅱ)の問いに答えなさい。

証明1

△BEOと△DFOにおいて、
仮定より、

$\angle BEO = \angle DFO = 90°$ ……①

長方形の対角線はそれぞれの $\boxed{ア}$ で交わるから、

$\boxed{イ} = \boxed{ウ}$ ……②

対頂角は等しいから、

$\boxed{エ} = \boxed{オ}$ ……③

①、②、③より、
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、

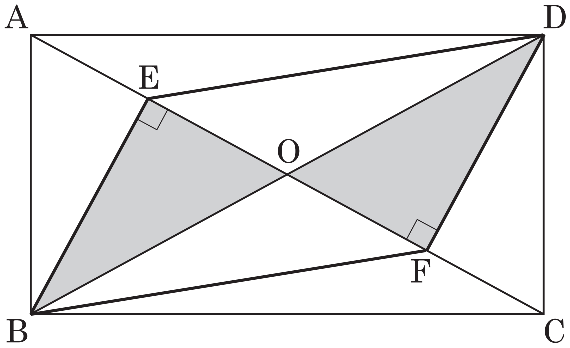
$\triangle BEO \equiv \triangle DFO$

(ⅰ) **証明1**中の $\boxed{ア}$ に当てはまることばを書きなさい。また、$\boxed{イ}$、$\boxed{ウ}$ に当てはまる辺、または角を、それぞれ書きなさい。

(ⅱ) **証明1**中の $\boxed{エ}$、$\boxed{オ}$ に当てはまる辺、または角を、それぞれ書きなさい。

(2) **図２**の四角形 EBFD は、**図１**の長方形 ABCD の頂点 D と点 E、頂点 B と点 F をそれぞれ線分で結んだ四角形です。このとき、四角形 EBFD が平行四辺形であることを、**証明の方針**にもとづき、(1)で証明した△BEO ≡ △DFO を用いた**証明のすじ道**にしたがって証明します。**証明２**を完成しなさい。

図２



証明の方針

四角形 EBFD において、「1 組の向かい合う辺（対辺）が平行でその長さが等しい」が成り立つことを示す。

証明のすじ道

四角形 EBFD において、◇1 ～ ◇3 の順に 3 つのことを示す。

◇1　△BEO ≡ △DFO から、1 組の向かい合う辺の長さが等しいこと。

◇2　△BEO ≡ △DFO から、◇1 の 1 組の向かい合う辺と対角線が交わってできる角が等しいこと。

◇3　◇2 から、◇1 の 1 組の向かい合う辺が平行であること。

証明２

四角形 EBFD において、△BEO ≡ △DFO だから、

よって、四角形 EBFD の 1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。
したがって、四角形 EBFD は平行四辺形である。

8 れいさんとかいさんは、授業で「データの活用」の学習をしています。インターネットで調べたところ、都道府県庁所在市別に1月～12月の各月における1世帯あたりの電気代（以下、「月別電気代」とする）がわかるデータをみつけました。このデータからは、毎年12回分の「月別電気代」がわかります。2人は、大阪市における2008年から2022年までの15年間の「月別電気代」、計180回分をつかって、累積度数（るいせきどすう）を含めた度数分布表と箱ひげ図をつくりました。(1)、(2) の問いに答えなさい。

(1) **表**は、2008年から2022年までの180回分の「月別電気代」を、累積度数を含めた度数分布表に整理したものです。①、②の問いに答えなさい。

表

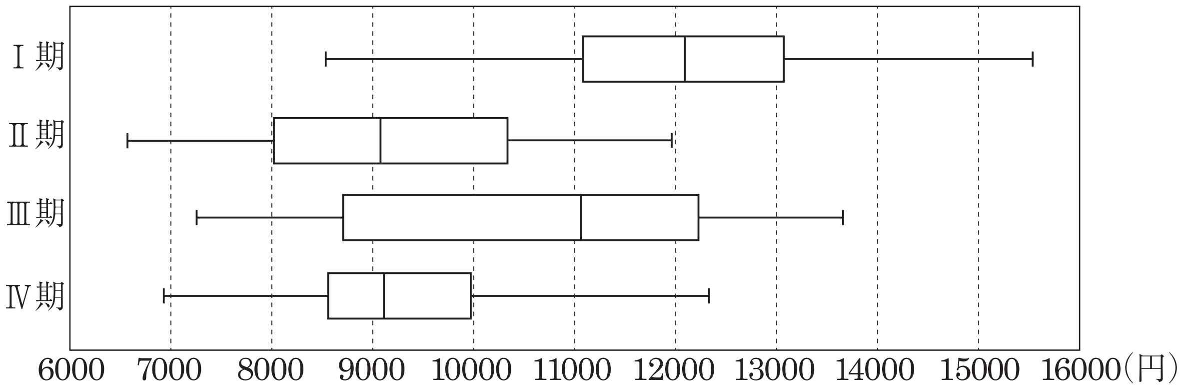
階級（円） 以上 ～ 未満	度数（回）	累積度数（回）
6000 ～ 7000	2	
7000 ～ 8000	17	A
8000 ～ 9000	39	
9000 ～ 10000	26	
10000 ～ 11000	26	
11000 ～ 12000	30	
12000 ～ 13000	22	
13000 ～ 14000	13	
14000 ～ 15000	4	
15000 ～ 16000	1	
合計	180	

① 度数が最も多い階級の階級値を求めなさい。

② **表**中の A には、最小の階級から7000円以上8000円未満の階級までの累積度数が入ります。 A に入る値（あたい）を求めなさい。

(2) **図**は、2008 年から 2022 年までの 180 回分の「月別電気代」を、1 月～ 3 月の 45 回分をⅠ期、4 月～ 6 月の 45 回分をⅡ期、7 月～ 9 月の 45 回分をⅢ期、10 月～ 12 月の 45 回分をⅣ期として、それぞれ箱ひげ図に表したものです。①、②の問いに答えなさい。

図



① 次の**ア**～**エ**のうち、**図**からわかることとして**誤っているもの**を 1 つ選びなさい。

ア　Ⅰ期～Ⅳ期のうち、範囲(はんい)が最大であるのはⅠ期である。

イ　2008 年から 2022 年までの 180 回分の「月別電気代」の最小値は、Ⅱ期に含まれる。

ウ　Ⅲ期の「月別電気代」のうち、11000 円以下だった回数は、11000 円より高かった回数よりも多い。

エ　Ⅳ期の「月別電気代」のうち、12000 円以上だった回数は、1 回以上ある。

② **図**のⅠ期からⅣ期までの 4 つの箱ひげ図を比較して、最小値、中央値、最大値は、いずれも、Ⅰ期が最も大きいことから、2 人は、「月別電気代」はⅠ期が最も高い傾向(けいこう)にあると考えました。

次に 2 人は、**図**のⅡ期とⅣ期の 2 つの箱ひげ図を比較して、Ⅱ期の「月別電気代」よりもⅣ期の「月別電気代」の方が、中央値を中心とする約半数のデータの散らばりの程度が小さいことがわかりました。このことがわかる理由を、2 つの箱ひげ図を比較して説明しなさい。

9 図１の四角形ABCDは１辺が30 cmの正方形です。

また、**図２**の四角形EFGKと四角形JIHKは、それぞれ１辺が20 cmと10 cmの正方形で、点J、Hはそれぞれ辺EK、KG上にあります。図形EFGHIJは、四角形EFGKから四角形JIHKを切り取ってできた図形です。

四角形ABCDと図形EFGHIJがはじめは、**図３**のように並んでいます。**図３**において、四角形ABCDの辺BCと図形EFGHIJの辺FGはどちらも直線lと重なっており、点Cと点Fは同じ位置にあります。ここから、四角形ABCDを、辺BCを直線lに重ねたまま、矢印の方向に移動させます。図形EFGHIJは移動させません。

線分FCの長さをx cm、四角形ABCDと図形EFGHIJが重なってできる図形の面積をy cm^{2}とします。

例えば、**図４**は、$x = 3$ のとき$y = 60$ であることを示しています。

(1) ～ (4) の問いに答えなさい。

図１

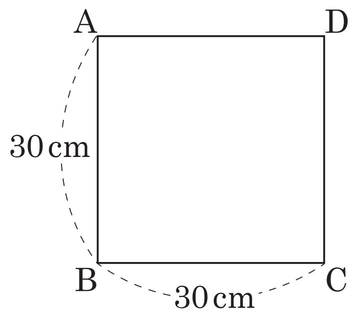


図２

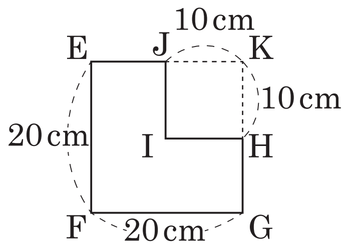


図３

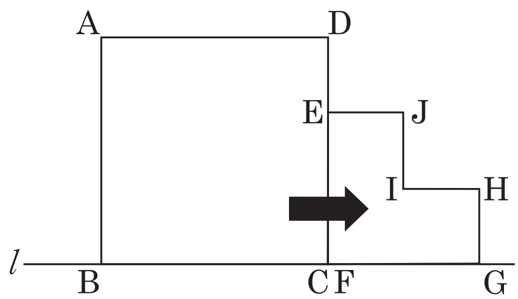
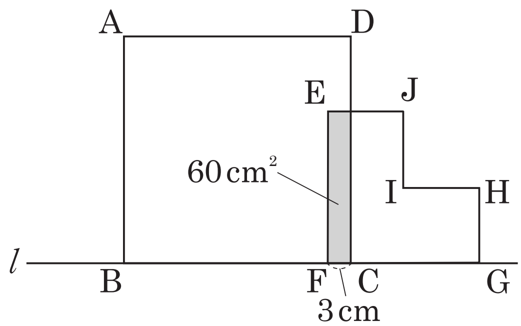
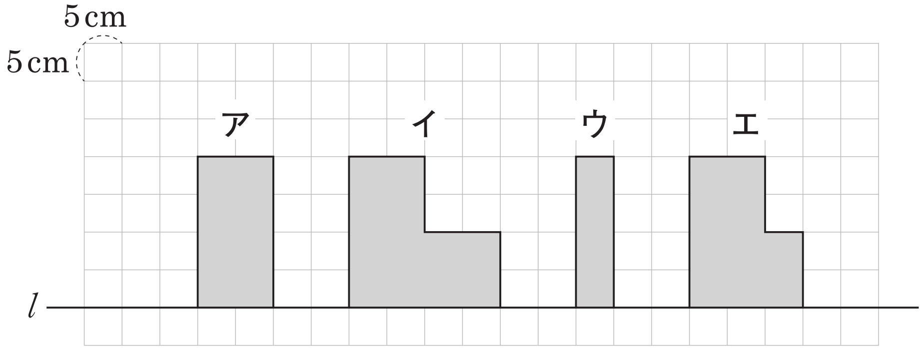


図４

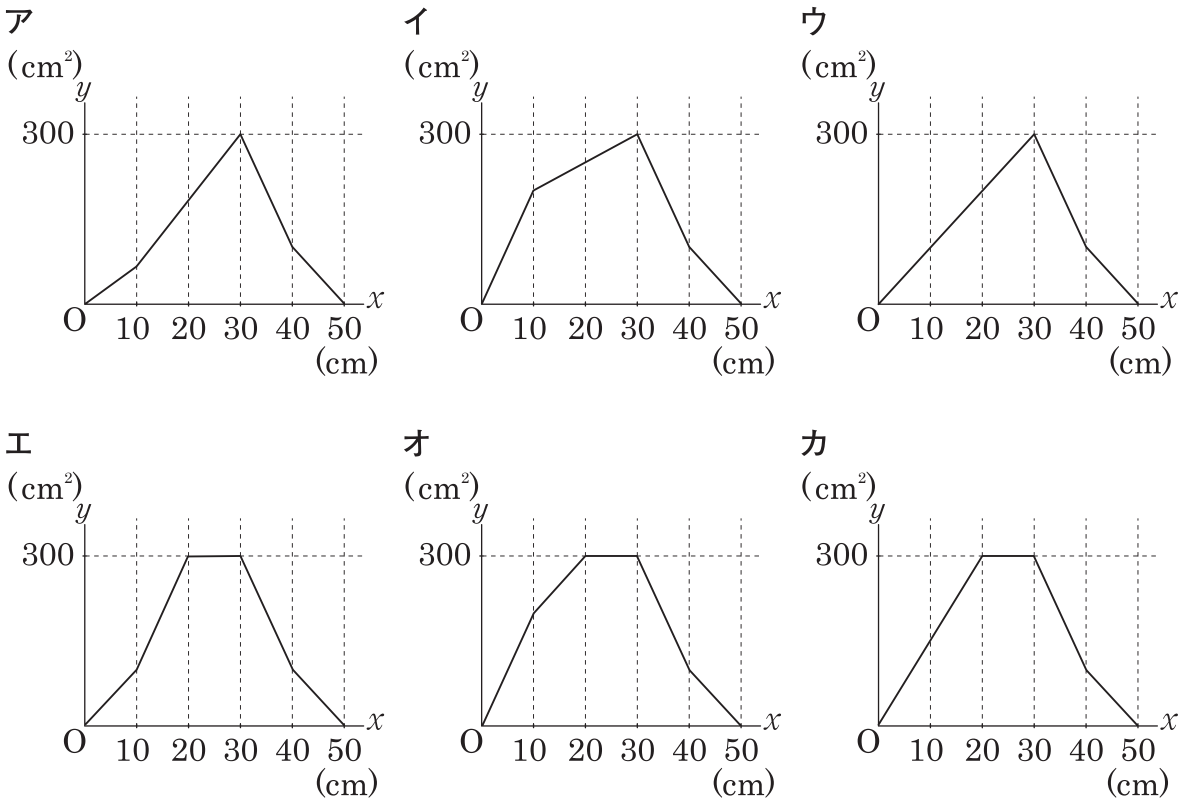


(1)　$x = 7$ のときの y の値(あたい)を求めなさい。

(2)　次の**ア**～**エ**の中に、$x = 15$ のとき、四角形 ABCD と図形 EFGHIJ が重なってできる図形があります。それを 1 つ選びなさい。ただし、方眼の 1 めもりの長さは 5 cm であるものとします。



(3)　次の**ア**～**カ**の中に、$0 \leqq x \leqq 50$ のときの x と y の関係を表したグラフがあります。それを 1 つ選びなさい。



(4)　$30 \leqq x \leqq 40$ のときの y を x の式で表しなさい。また、$30 \leqq x \leqq 40$ のときの x と y の関係を表すグラフにおいて、y 座標が 150 である点の x 座標を求めなさい。