

登场人物

儿童A（弘树）・・・主人公

儿童B（武志）・・・弘树的同学

儿童C（清吉）・・・弘树的同学

### 1) 开场

标题介绍

「カ（ちから）だめしプリントパート2 初中二年级 数学2」

「数字和公式」

平成21年 全国调查 A问题

### 2) 归纳总结出日历上并排连续3个数相加和为3的倍数的场景。

A: 大家听我说, 早上起来的时候我看到日历后有一些发现。

B: 是什么?

A: 我发现并排相连的3个数相加后会有一定的规律出现。(拿出日历)

$$7+8+9=24$$

$$8+9+10=27$$

...

$$20+21+22=63$$

$$21+22+23=66$$

A: 圈出日期

没有什么发现吗?

解说员: 有什么规律呢? (思考时间)

B: 好像都是3的倍数?

C: 这不仅是日历上并排的3个数, 难道不是所有连续的3个自然数的和都是3的倍数吗?

### 3) 查验3个连续自然数的和是3的倍数是否正确的场景

$$1+2+3=6$$

$$2+3+4=9$$

$$3+4+5=12$$

...

B: 这样查什么时候才能查完?

C: 是否可以一次性查验所有呢?

解说员: 我想证明任何连续3个自然数的和都是3的倍数, 但全部的数字都列举出一一查验是不可能全部做完的。那怎样做才能成立呢?

### 4) 思考3个连续自然数的表示方法的场景

A: 初中1年级的时候学过的用字母表示的方法不好吗? 那么最小的数字用  $n$  表示的话, 3 个连续的自然数应该怎么表示呢? 我不知道该怎么办才好。

B: 「弘树, 我很受启发!」

写下一些 3 个连续的自然数, 并考虑 3 个数字之间的关系, 然后试着用字母来表示他们之间的关系。

2、3、4

3、4、5

4、5、6

...

10、11、12

现在我们写下了 4 组连续的 3 个自然数, 将他们比较一下, 有什么共通的地方呢?

解说员: 让我们一起来考虑一下共同点。

A: 使用我们刚刚看到的定律, 我们用字母表示三个连续的自然数。首先, 令  $n$  为最小自然数。其余两个自然数如何表示?

B: 第一个是...最左边的自然数是  $n$ , 那么可以表示为  $n$ 、 $\bigcirc$ 、 $\bigcirc$ 。

左边开始第二个自然数比之前最左边的自然数相比大 1, 所以可以表示为  $n$ 、 $n+1$ 、 $\bigcirc$ 。

第三个自然数与中间的数相比大 1, 所以表示为  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$ 。

最终可以用  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  来表示。

#### 5) 确认字母表示出的代数式的意义的场景。

A: 这样, 我们就把 3 个连续的自然数用字母表示出来了。

B: 把  $n$  代入数字的话, 下一个数字是  $n$  加上 1 所得的数, 最右边的数字就是  $n$  加上 2 所得的数字。

$n$  代入数字

$n=1$  时,  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  为 1、2、3, 和是 6;

$n=2$  时,  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  为 2、3、4, 和是 9;

$n=3$  时,  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  为 3、4、5, 和是 12;

$n=4$  时,  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  为 4、5、6, 和是 15;

...

$n=10$  时,  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  为 10、11、12, 和是 33。确实都是 3 的倍数。

#### 6) 通过使用表示出的代数式, 推断确认任何 3 个连续自然数的和都是 3 的倍数的场景。

A: 3 个连续自然数的和是

$$n + (n+1) + (n+2) = n+n+1+n+2 = 3n+3。【※】$$

B: 但是, 应该如何证明它是 3 的倍数呢?

解说员: 我们如何将  $3n + 3$  转换为 3 的倍数?

C: 3 的倍数是 3、6、9、12、15、18, ... 这是  $3 \times 1$ 、 $3 \times 2$ 、 $3 \times 3$ 、 $3 \times 4$ 、 $3 \times 5$ 、 $3 \times 6$  ...

如果说 3 的倍数, 它是 3 与自然数的乘积。这样说不好吗?

A: 这意味着, 如果可以将其转换成  $3 \times \square$  的形式, 则可以说它是 3 的倍数。

将  $3n+3$  变成  $3 \times \square$  的形式  $\Rightarrow$  (【※】的后续), 将 3 提到前面就变成了  $3n+3=3(n+1)$ 。

B:  $n$  是自然数, 因此  $3(n+1)$  是 3 乘以自然数  $n+1$  的结果。所以连续 3 个自然数的和是 3 的倍数。

哇!! 鼓掌~~鼓掌!!

## 7) 考虑此类问题时应考虑的要点

解说员: 从很多事项中找出共同点, 假设是共同点是成立的, 为了验证其成立与否, 可以使用类似这次学习到的代数式的方法。找出一个与想要表达的事和所使用的数适合的代数式很重要。

重要的事!

$n$  所表示的是什么?  $n+1$ 、 $n+2$  表示的是什么? 掌握这一点很重要。

另外在考虑代数式表达的含义时, 代入一些具体的数字是要点。如果代入一个数字还是不好理解的话, 可以尝试多代入几个数字比较一下。