令和３年度中学生チャレンジテスト

第３学年

数学

注　意

1　調査問題は，１ページから 20 ページまであります。先生の合図があるまで，調査問題を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙（数学）に記入してください。

3　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い，濃(こ)く，はっきりと書いてください。また，消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄(らん)を黒く塗(ぬ)りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。
　また，解答欄からはみ出さないように書いてください。

6　解答用紙は，オモテ，ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に，組，出席番号を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　調査時間は 45 分です。

問題は，次のページから始まります。

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$-5+(-3)^2\times 2$　を計算しなさい。

(2)　$8a^2b \div 2ab$　を計算しなさい。

(3)　$\dfrac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}$　を計算しなさい。

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 4x + y = 18 \end{cases}$ を解きなさい。

(2) 次の**問題**について考えます。

問題

> 1 個の仕入れ値が 100 円，300 円，500 円の商品を，次のきまりによって仕入れている商店があります。
>
> ○ 仕入れで使う金額は毎回同じであること。
> ○ 仕入れる商品の個数については，1 個 100 円と 300 円の商品は仕入れのたびに変わってもよいが，1 個 500 円の商品は 1 回の仕入れにつき，必ず 2 個だけとすること。
>
> この商店は，前回の仕入れで 100 円の商品を 36 個，300 円の商品を 23 個，500 円の商品を 2 個仕入れました。
> また，この商店は最近 5 回の仕入れで 100 円，300 円，500 円の商品を合計 231 個仕入れています。
> この 231 個の商品のうち，100 円と 300 円の商品の個数をそれぞれ求めなさい。

この**問題**を解くために，最近 5 回の仕入れで 100 円の商品を x 個，300 円の商品を y 個仕入れたとして連立方程式をつくります。あとの(i)，(ii)の問いに答えなさい。

$$\begin{cases} x + y + \boxed{\text{ア}} = 231 & \cdots\cdots① \\ \boxed{\qquad\quad \text{イ} \qquad\quad} & \cdots\cdots② \end{cases}$$

(i) ①の式は，**問題**の中の「最近 5 回の仕入れで，仕入れた 100 円，300 円，500 円の商品の個数の合計」に着目してつくりました。
①の式の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる数を求めなさい。

(ii) ②の式も，**問題**の中の「最近 5 回の仕入れで使った金額の合計」に着目してつくることができます。
$\boxed{\qquad\quad \text{イ} \qquad\quad}$ に当てはまる式をつくりなさい。

3 次の問いに答えなさい。

(1) **図１**は，底面の半径が 4 cm，高さが 3 cm，母線の長さが 5 cm の円錐(すい)の見取図です。

図１

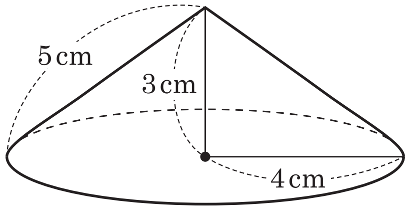
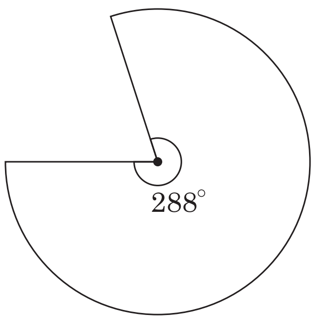
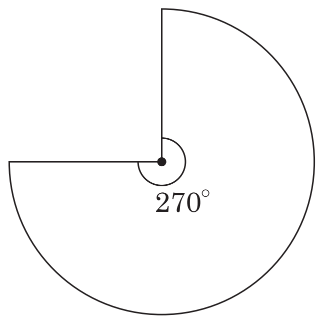


図１の円錐の展開図で，側面になるおうぎ形が次の**ア**～**オ**の中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

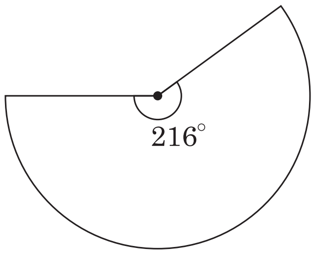
ア



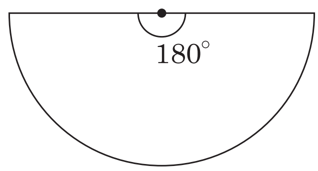
イ



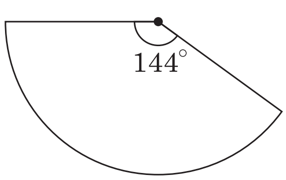
ウ



エ

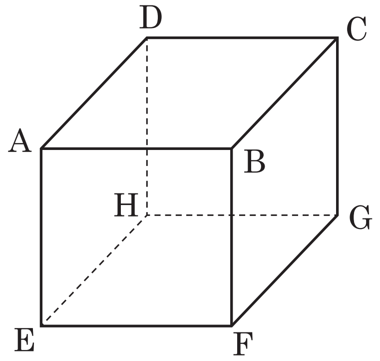


オ



(2) **図２**の立体ABCD − EFGHは立方体です。あとの①，②の問いに答えなさい。

図２



① 次の**ア**〜**エ**のうち，辺AEとねじれの位置にあり，面ABCDと平行な辺はどれですか。１つ選びなさい。

ア 辺CG

イ 辺BC

ウ 辺EH

エ 辺FG

② **図３**のように，**図２**の立体ABCD − EFGHの頂点Cと頂点H，頂点Cと頂点F，頂点Fと頂点Hをそれぞれ線分で結んだ立体C − HFGをつくりました。

このとき，立体ABCD − EFGHの体積は，立体C − HFGの体積の何倍ですか。次の**ア**〜**オ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア 3倍

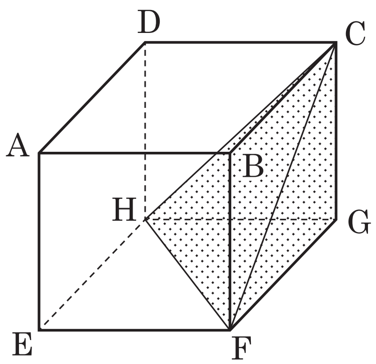
イ 4倍

ウ 6倍

エ 8倍

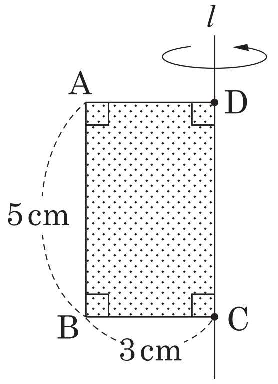
オ 9倍

図３



(3)　**図４**の四角形 ABCD は，縦の長さが 5 cm，横の長さが 3 cm の長方形です。この長方形を，頂点 C，D を通る直線 l を回転の軸として 1 回転させて立体をつくります。このとき，できる立体の表面積として正しいものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。ただし，円周率は π とします。

図４



ア　$39\pi\ \mathrm{cm}^2$

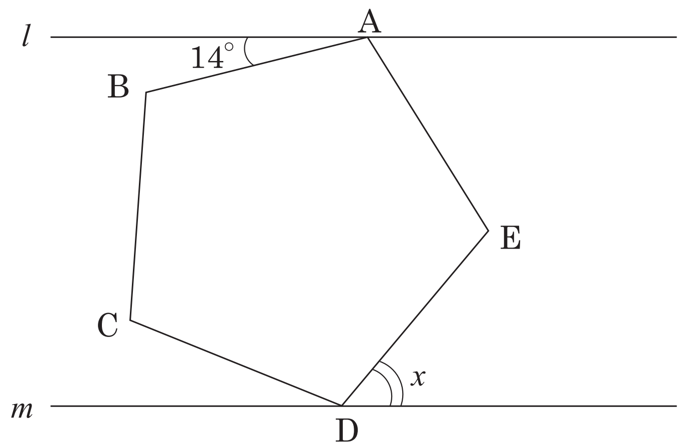
イ　$42\pi\ \mathrm{cm}^2$

ウ　$45\pi\ \mathrm{cm}^2$

エ　$48\pi\ \mathrm{cm}^2$

(4)　**図５**の五角形 ABCDE は正五角形であり，その頂点 A，D は平行な 2 直線 l，m 上にそれぞれあります。**図５**のように，直線 l と辺 AB の間の角の大きさが 14° のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図５



問題は，次のページに続きます。

4 次の問いに答えなさい。

(1) y が x に反比例するものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア x km の道のりを時速 4 km で歩いたときにかかる時間 y 時間

イ 4 km の道のりを x km 歩いたときの残りの道のり y km

ウ 時速 x km で 4 時間歩いた道のり y km

エ 4 km の道のりを時速 x km で歩いたときにかかる時間 y 時間

(2) y は x に比例し，$x = -4$ のとき $y = 2$ です。このとき，y を x の式で表したものとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア $y = -2x$

イ $y = -\dfrac{1}{2}x$

ウ $y = -\dfrac{1}{4}x$

エ $y = -4x$

(3) **表**は，ある一次関数について，x の値（あたい）とそれに対応する y の値を表しています。

あとの**ア〜エ**の中に，**表**の x と y の関係を表す式があります。その式として正しいものを1つ選びなさい。

表

x	…	-6	-3	0	3	6	…
y	…	-1	-2	-3	-4	-5	…

ア $y=-3x-3$

イ $y=-3x$

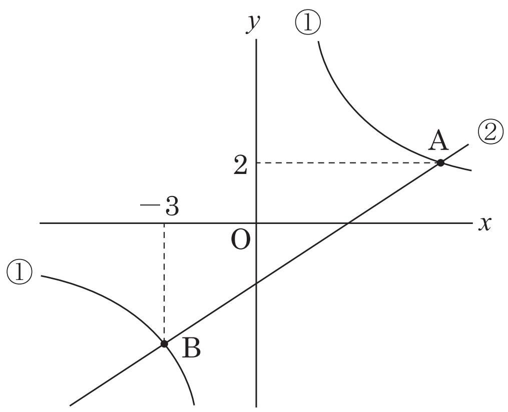
ウ $y=-\dfrac{1}{3}x-3$

エ $y=-\dfrac{1}{3}x$

(4) **図**の双曲線①は，関数 $y=\dfrac{12}{x}$ のグラフです。双曲線①は直線②と2点A，Bで交わっています。点Aの y 座標は2，点Bの x 座標は -3 です。

直線②の傾きとして正しいものを，あとの**ア〜エ**から1つ選びなさい。

図



ア $\dfrac{3}{2}$

イ $-\dfrac{3}{2}$

ウ $\dfrac{2}{3}$

エ $-\dfrac{2}{3}$

(5) 水が 15 L 入っている水そうがあります。この水そうが空（から）になるまで，水そうから毎分 3 L の割合で水を抜きます。

水そうの水を抜き始めてから x 分後に水そうに入っている水の量を y L としたとき，水を抜き始めてから空になるまでの，x と y の変域はそれぞれどのようになりますか。次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

$$0 \leqq x \leqq \boxed{\text{ア}}$$

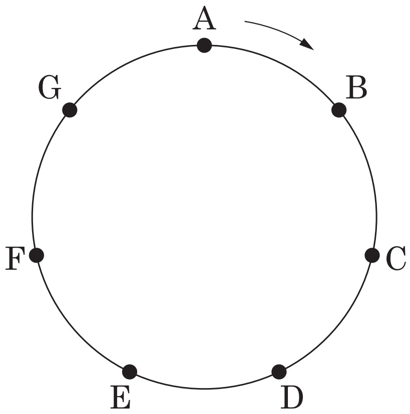
$$\boxed{\text{イ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{ウ}}$$

5 図のように，円周を7等分する点A，B，C，D，E，F，Gがあり，これら7つの点上で碁石(ごいし)を動かします。最初に点Aの位置に碁石を置き，大小2個のさいころを同時に1回投げ，出た目の数の和だけ碁石を右回りに点から点へ1つずつ順に動かします。

例えば，大小2個のさいころを同時に1回投げて，出た目の数の和が4のときは，碁石を点Aから右回りに4つ動かすので，碁石を動かし終わったとき，碁石は点Eの位置にあります。また，出た目の数の和が10のときは，碁石を点Aから右回りに10動かすので，碁石を動かし終わったとき，碁石は点Dの位置にあります。

あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，どちらのさいころも，1から6までの目の出方は同様に確からしいものとします。

図



(1) 大小2個のさいころを同時に1回投げて碁石を動かし終わったとき，碁石が再び点Aの位置にあるような大小2個のさいころの目の出方は全部で何通りあるかを求めなさい。

(2) 大小2個のさいころを同時に1回投げて碁石を動かし終わったとき，碁石が点Bまたは点Cの位置にある確率として正しいものを，次の**ア**～**オ**から1つ選びなさい。

ア $\frac{1}{6}$

イ $\frac{1}{4}$

ウ $\frac{5}{18}$

エ $\frac{2}{7}$

オ $\frac{4}{9}$

6 はなさんは，令和３年９月のカレンダーを使った次の**問題**について考えています。あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

問題

図１の $\boxed{}$ で囲んだ数のように，右上から左斜め下に並んだ３つの数について考えます。３つの数を，最も小さい数，真ん中の数，最も大きい数とすると，(真ん中の数)^2 －(最も小さい数)×(最も大きい数)の値はつねに 36 になることを説明しなさい。

図１　　令和３年９月

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

(1)　はなさんは，右上から左斜め下に並んだ３つの数として，次の２組の３つの数について確かめました。$\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

14，20，26 のとき，　　$20^2 - 14 \times 26 = 36$

$\boxed{\text{ア}}$，16，$\boxed{\text{イ}}$ のとき，　$16^2 - \boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イ}} = 36$

(2)　(真ん中の数)^2 －(最も小さい数)×(最も大きい数)の値がつねに 36 になることは次のように説明できます。**説明１**の $\boxed{\text{ウ}}$ ，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる式をそれぞれ答えなさい。

説明１

右上から左斜め下に並んだ３つの数のうち，**最も小さい数を n**（n は自然数）とすると，真ん中の数は $\boxed{\text{ウ}}$ ，最も大きい数は $\boxed{\text{エ}}$ と表される。

(真ん中の数)^2 －(最も小さい数)×(最も大きい数)を n を使った式で表し計算すると，

$$\left(\boxed{\text{ウ}}\right)^2 - n \times \left(\boxed{\text{エ}}\right) = n^2 + 12n + 36 - n^2 - 12n$$
$$= 36$$

となる。

したがって，右上から左斜め下に並んだ３つの数について，

(真ん中の数)^2 －(最も小さい数)×(最も大きい数)の値はつねに 36 になる。

(3)　はなさんは，**図２**の $\boxed{\qquad\qquad}$ で囲んだ数のように，左上から右斜め下に並んだ３つの数についても，**問題**と同様に，(真ん中の数)^2 −(最も小さい数)×(最も大きい数)の値がつねに一定の値になるかを調べました。あとの①，②の問いに答えなさい。

図２

令和３年９月

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

はなさんは，左上から右斜め下に並んだ３つの数８，16，24と２，10，18の２つの例を調べることから，次のことを予想しました。

はなさんの予想

> 左上から右斜め下に並んだ３つの数について，
> (真ん中の数)^2 −(最も小さい数)×(最も大きい数)の値はつねに $\boxed{\text{オ}}$ になる。

はなさんの予想が成り立つことは次のように説明できます。

説明２

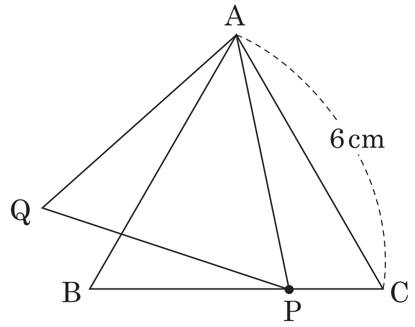
> 左上から右斜め下に並んだ３つの数のうち，真ん中の数を n（n は自然数）とすると，最も小さい数は $n-8$，最も大きい数は $n+8$ と表される。
> (真ん中の数)^2 −(最も小さい数)×(最も大きい数)を，n を使った式で表し計算すると，
>
> $\boxed{\qquad\qquad\qquad\text{カ}\qquad\qquad\qquad}$
>
> $= \boxed{\text{オ}}$
>
> となる。
> したがって，左上から右斜め下に並んだ３つの数について，
> (真ん中の数)^2 −(最も小さい数)×(最も大きい数)の値はつねに $\boxed{\text{オ}}$ になる。

①　**はなさんの予想**や**説明２**の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数を求めなさい。

②　**説明１**の $\boxed{\qquad\qquad}$ の部分を参考にして，**説明２**の $\boxed{\qquad\text{カ}\qquad}$ に当てはまる式を書きなさい。

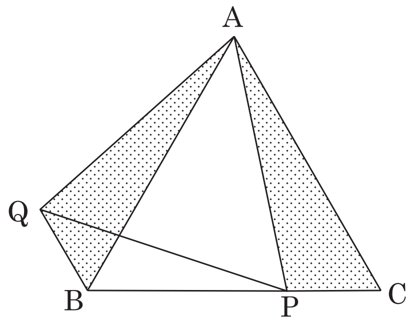
7 図１のように，１辺の長さが 6 cm の正三角形 ABC の辺 BC 上に点 P をとり，線分 AP を１辺とする正三角形 APQ をつくりました。あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

図１



(1) **図２**のように，**図１**の頂点 B と頂点 Q を線分で結ぶとき，△ AQB ≡△ APC となることを，次のように証明しました。あとの①，②の問いに答えなさい。

図２



証明

△ AQB と△ APC において
△ ABC と△ APQ は正三角形だから
AB ＝ $\boxed{\text{ア}}$ ……①
AQ ＝ $\boxed{\text{イ}}$ ……②
また，∠ QAB ＝ $\boxed{\text{ウ}}$° －∠ BAP
∠ PAC ＝ $\boxed{\text{エ}}$° －∠ BAP
よって
∠ QAB ＝∠ PAC ……③
①，②，③より
$\boxed{\text{オ}}$ がそれぞれ等しいから
△ AQB ≡△ APC

① **証明**の中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ には当てはまる辺を，$\boxed{\text{ウ}}$ ，$\boxed{\text{エ}}$ には当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

② **証明**の中の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

(2)　**図３**，**図４**は，**図１**の点Ｐを，頂点Ｃからそれぞれ 2 cm，5 cm の位置にとり，頂点Ｂと頂点Ｑを線分で結んだ図形です。

図３，**図４**それぞれの四角形 APBQ の面積を S_1 cm^2，S_2 cm^2 とするとき，$S_1 = S_2$ が成り立ちます。その理由を，(1)の証明したことがらを用いて説明しなさい。

図３

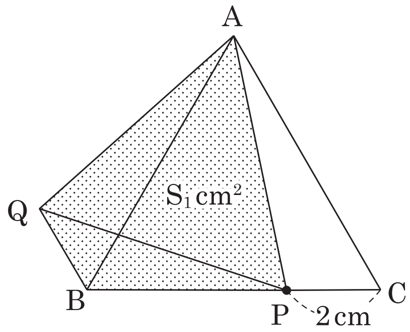
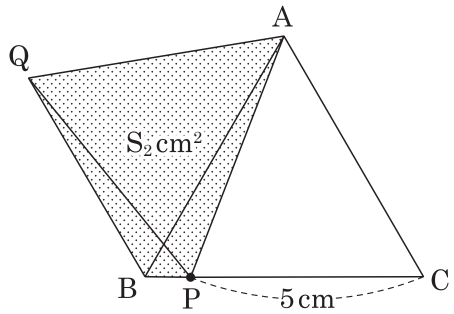


図４



8 図書委員会では，図書室の利用状況を調べるために，全校生徒を対象に最近１か月間に図書室から借りた本の冊数について，次の**図書委員会からのアンケート**を実施しました。図書委員のひとみさんは，実施したアンケートをもとに，**借りた本の冊数の度数分布表**にまとめました。

図書委員会からのアンケート

> **アンケート**
>
> あなたの学年（　　）**年**
>
> **【質問】**
>
> ○月△日～□月▽日の間で，あなたが図書室から借りた本の冊数を答えてください。
>
> （　　　）**冊**
>
> ご協力ありがとうございました。

借りた本の冊数の度数分布表

階級（冊）	度数（人）
以上　未満 0 ～ 3	40
3 ～ 6	63
6 ～ 9	89
9 ～ 12	71
12 ～ 15	18
15 ～ 18	5
18 ～ 21	2
合計	288

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) **借りた本の冊数の度数分布表**から読み取れることとして，代表値など資料の活用における用語の使い方が正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア 最頻値(さいひんち)は 89 人である。
イ 中央値が含(ふく)まれる階級の階級値は 7.5 冊である。
ウ 階級の幅は 21 冊である。
エ 借りた本の冊数の範囲(はんい)は 21 冊である。

(2) **借りた本の冊数の度数分布表**から読み取れることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア 6 冊が含まれる階級の度数は 63 人である。
イ 12 冊以上の生徒の人数は，全校生徒の 25％である。
ウ 20 冊の生徒が必ず１人いる。
エ 6 冊未満の生徒の人数は，9 冊以上の生徒の人数より多い。

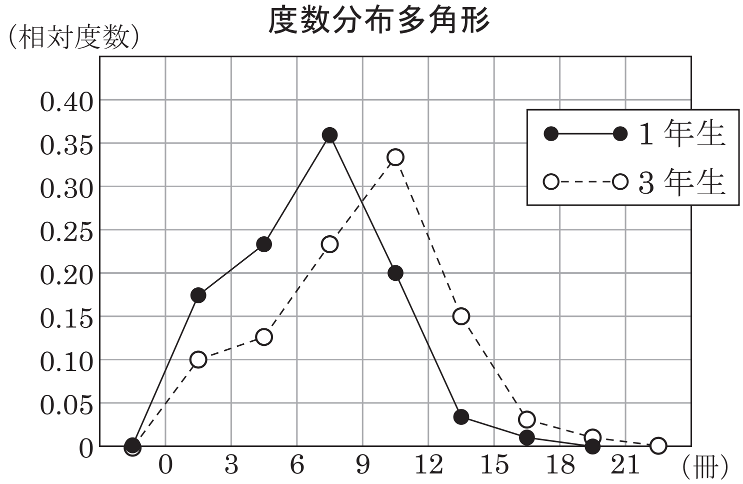
(3)　ひとみさんは，学年によって借りた本の冊数が異なるかどうかを調べようと，1年生95人と3年生100人について，アンケートの結果を比較してみました。

表は，1年生と3年生の階級ごとの相対度数をまとめたものです。ひとみさんは，**表**をもとに相対度数の**度数分布多角形**（度数折れ線）に表してみました。あとの①，②の問いに答えなさい。

表

階級(冊)	1年	3年
	相対度数	相対度数
以上　未満		
0 ～ 3	0.17	0.10
3 ～ 6	0.23	0.13
6 ～ 9	0.36	0.23
9 ～ 12	0.20	0.34
12 ～ 15	0.03	0.15
15 ～ 18	0.01	0.03
18 ～ 21	0.00	0.02
計	1.00	1.00

度数分布多角形



①　9冊以上12冊未満の1年生の生徒の人数が，次の**ア**～**オ**の中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

ア　19人
イ　20人
ウ　22人
エ　23人
オ　34人

②　**表**や**度数分布多角形**から読み取れることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から**すべて**選びなさい。

ア　1年生では，6冊以上9冊未満である生徒が最も多い。
イ　3年生の半数以上の生徒が，9冊以上の本を借りている。
ウ　1年生の3冊以上6冊未満の人数と3年生の6冊以上9冊未満の人数は同じである。
エ　全体の傾向としては，1年生は3年生より借りている本の冊数が多いといえる。

9 図１の四角形AEFDと四角形EBCFは，それぞれ長方形であり，AE ＝ DF ＝ 5 cm，EB ＝ FC ＝ 6 cm，AD ＝ EF ＝ BC ＝ 4 cm です。

点Pは，点Fを出発し，一定の速さで四角形FDAEの辺上をF→D→A→Eの順に動き，点Eで停止します。点Qは，点Pと同時に点Eを出発し，毎秒 1 cm の速さで辺EB上をE→B→E→B→…の順に動き続け，点Pが点Eで停止すると同時に点Qも停止します。

図２は，点Pが出発してから x 秒後の△EFPと△EFQそれぞれの面積を y cm² として，点Pが出発して点Eで停止するまでの x と y の関係を表したグラフです。

△EFPについては ——— で表し，△EFQについては -------- で表しています。あとの(1)～(4)の問いに答えなさい。

図１

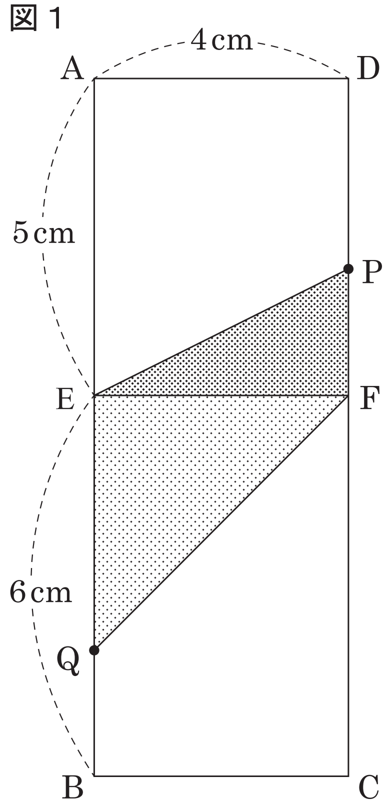
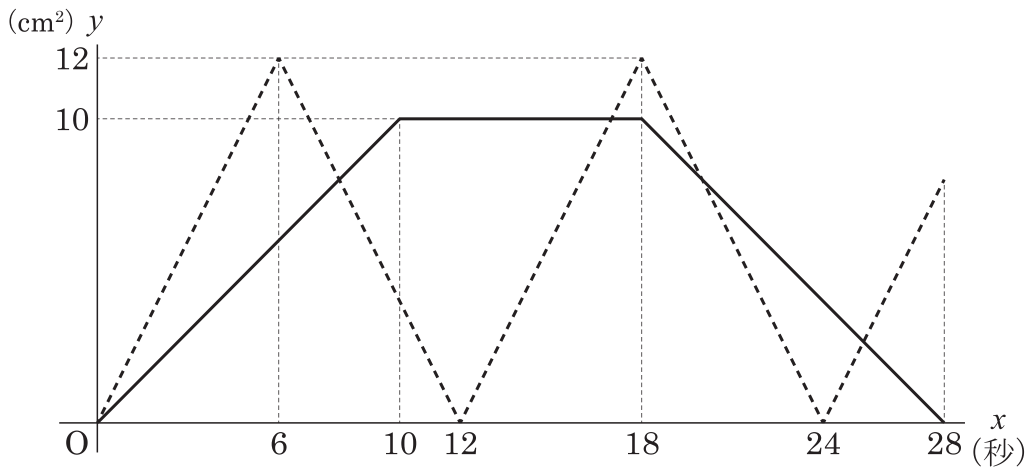


図２



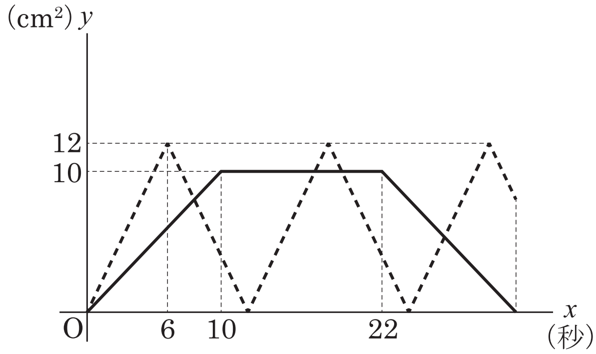
(1) 点Pは毎秒何 cm の速さで動きますか。求めなさい。

(2) 点Pが点Eで停止したときの△EFQの面積を求めなさい。

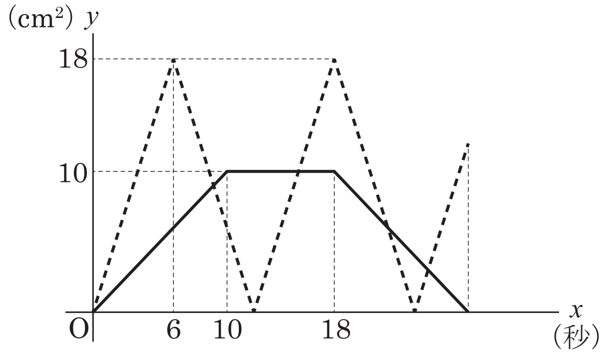
(3)　**図２**から，点 P が出発してから点 E で停止するまでの間に△ EFP と△ EFQ の面積が等しくなるときが何回かあることがわかります。3 回目に△ EFP と△ EFQ の面積が等しくなるのは，点 P が出発してから何秒後ですか，求めなさい。ただし，$x = 0$ のときは回数に含(ふく)めないものとします。

(4)　AE ＝ DF ＝ 5 cm と EB ＝ FC ＝ 6 cm と点 P，Q の動き方や動く速さは変えず，AD ＝ EF ＝ BC ＝ 6 cm に変えます。このとき，点 P が出発してから x 秒後の△ EFP と△ EFQ それぞれの面積を y cm^2 として，点 P が点 E で停止するまでの x と y の関係を表したグラフとして最も適しているものを，次の**ア**～**オ**から 1 つ選びなさい。ただし，△ EFP については ──── で表し，△ EFQ については - - - - - - - - で表します。

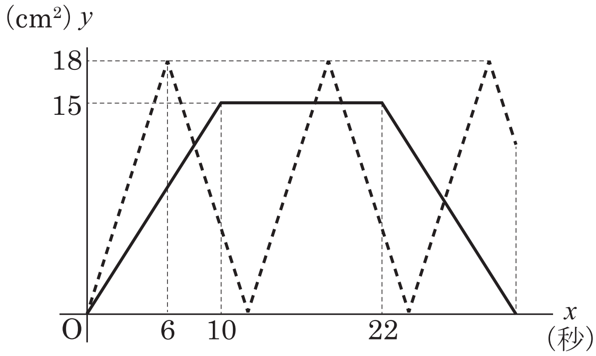
ア



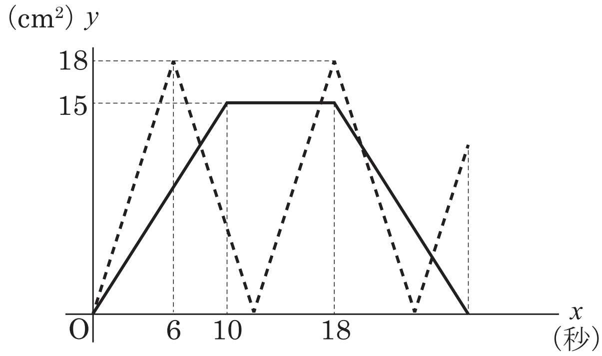
イ



ウ



エ



オ