令和３年度中学生チャレンジテスト

第２学年
数学

注　意

1　テスト問題は，１ページから18ページまであります。先生の合図があるまで，問題冊子を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙（数学）に記入してください。

3　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（えんぴつ）（シャープペンシルも可）を使い，濃（こ）く，はっきりと書いてください。また，消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢（せんたくし）から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄（らん）を黒く塗（ぬ）りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。
また，解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は，オモテ，ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に，組，出席番号を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　テスト実施時間は，45分です。

問題は，次のページから始まります。

1 次の問いに答えなさい。

(1) $3(x-y)+4(2x+y)$ を計算しなさい。

(2) $3a \times (-a^2)$ を計算しなさい。

(3)　$a = 2$，$b = -3$ のとき，式 $10a^2b \div 5a \times (-2b)$ の値(あたい)として正しいものを，次の**ア〜オ**から１つ選びなさい。

ア　-72

イ　-48

ウ　-2

エ　48

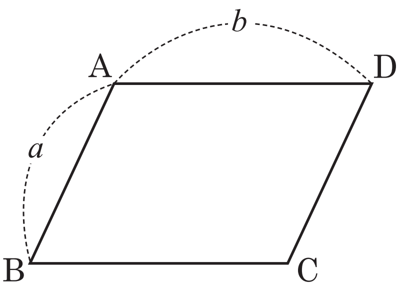
オ　72

(4)　**図**のような，$\mathrm{AB} = a$，$\mathrm{AD} = b$ の平行四辺形 ABCD の周の長さ l は，次のように表されます。

$$l = 2(a + b)$$

AB の長さを求めるために，この式を a について解いた式として正しいものを，あとの**ア〜エ**から１つ選びなさい。

図



ア　$a = 2l - b$

イ　$a = l - 2b$

ウ　$a = \dfrac{l}{2} - b$

エ　$a = \dfrac{l}{2} - \dfrac{b}{2}$

2 次の問いに答えなさい。

(1) a，b は定数です。x，y の連立方程式 $\begin{cases} 5x + ay = -5 \\ bx - 2y = 13 \end{cases}$ の解が $x = 1$，$y = -5$ のとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　次の**問題**について考えます。

問題

> 　ある中学校の１年生全員と２年生全員について，先月の図書室の利用状況（じょうきょう）を調べました。
> 　その結果，図書室を利用した，１年生と２年生の合計人数は 110 人で，そのうち，５冊以上の本を借りた生徒の人数は 16 人であることがわかりました。
> 　５冊以上の本を借りた生徒の人数を学年別に調べると，１年生は図書室を利用した１年生の生徒の 14%，２年生は図書室を利用した２年生の生徒の 15%であることがわかりました。
> 　このとき，先月図書室を利用した，１年生の生徒の人数と２年生の生徒の人数をそれぞれ求めなさい。

　この**問題**を解くために，先月図書室を利用した，１年生の生徒の人数を x 人，２年生の生徒の人数を y 人として，連立方程式をつくります。あとの(i)，(ii)の問いに答えなさい。

$$\begin{cases} x+y=\boxed{\quad ア \quad} & \cdots ① \\ \boxed{\quad イ \quad}=16 & \cdots ② \end{cases}$$

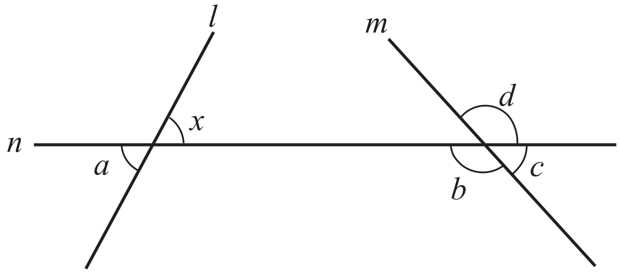
(i)　①の式は，先月図書室を利用した，１年生と２年生の合計人数に着目してつくりました。$\boxed{\ ア\ }$ に当てはまる数を求めなさい。

(ii)　②の式は，５冊以上の本を借りた，１年生と２年生の合計人数に着目してつくりました。$\boxed{\ イ\ }$ に当てはまる式を求めなさい。

3 次の問いに答えなさい。

(1) **図１**のように，２つの直線 l，m に１つの直線 n が交わっています。このとき，**$\angle x$ の錯角**(さっかく)について，あとの**ア**～**オ**から正しいものを１つ選びなさい。

図１



ア $\angle x$ の錯角は，$\angle a$ である。

イ $\angle x$ の錯角は，$\angle b$ である。

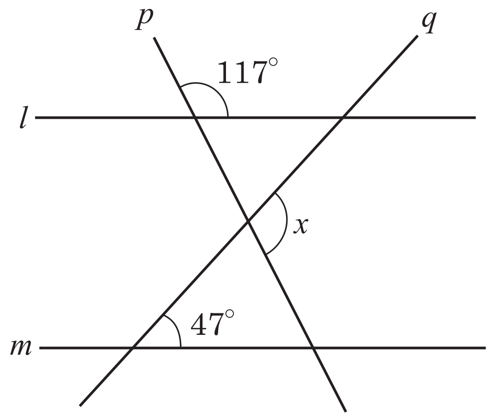
ウ $\angle x$ の錯角は，$\angle c$ である。

エ $\angle x$ の錯角は，$\angle d$ である。

オ $\angle x$ の錯角は，$\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。

(2) **図２**のように，平行な２つの直線 l，m に２つの直線 p，q が交わっています。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図２



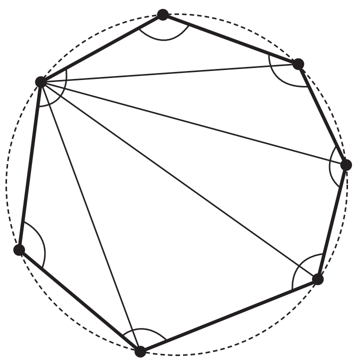
(3)　同一円周上にある３つ以上の異なる点を使ってできる多角形について考えます。
表は，円周上にある隣（となり）り合う点を線分で結んでできる多角形において，頂点の数，１つの頂点から引いた対角線で分けてできる三角形の数，内角の和をまとめたものです。**図３**は，円周上の７個の点を結んだ多角形です。

　円周上にある点が n 個で，隣り合う点を線分で結んでできる多角形の内角の和が 1800° のとき，n の値（あたい）を，あとの**ア～オ**から１つ選びなさい。

表

頂点の数	3	4	…	7	…
三角形の数	1	2	…	5	…
内角の和	180°	360°	…	900°	…

図３



ア　10

イ　11

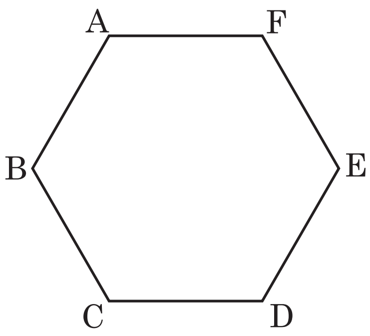
ウ　12

エ　13

オ　14

(4)　**図４**の正六角形ABCDEFにおいて，頂点Aにおける外角の大きさを，あとの**ア**～**オ**から１つ選びなさい。

図４



ア　60°

イ　120°

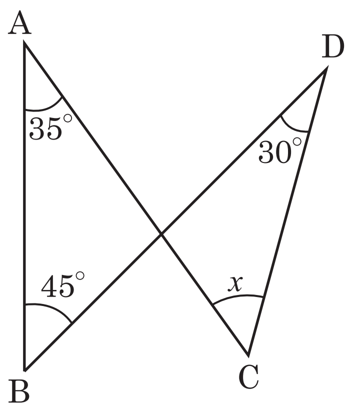
ウ　180°

エ　240°

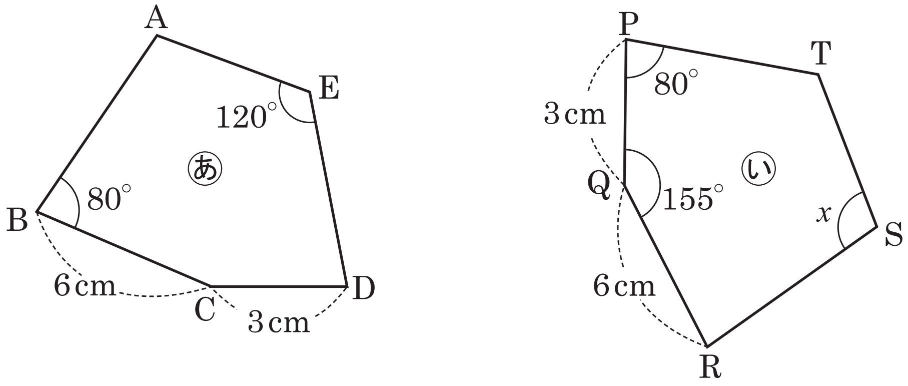
オ　360°

(5)　**図５**で，∠ABD ＝ 45°，∠BAC ＝ 35°，∠BDC ＝ 30°のとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。

図５



(6)　次の五角形㋐と五角形㋑は合同な図形です。五角形㋐の頂点Cに対応する頂点は五角形㋑の頂点Qです。このとき，あとの①，②の問いに答えなさい。



①　五角形㋑の辺のうち，五角形㋐の辺ABに対応する辺を，次の**ア**～**オ**から1つ選びなさい。

ア　辺QP

イ　辺RQ

ウ　辺SR

エ　辺PT

オ　辺TS

②　五角形㋑の$\angle x$の大きさを求めなさい。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 一次関数 $y = -2x + 5$ について，x の値（あたい）が 1 から 4 まで増加したときの y の増加量として正しいものを，次の**ア**〜**オ**から 1 つ選びなさい。

ア -8

イ -6

ウ -3

エ -2

オ 3

(2) 次の**表**は，ある一次関数について，x の値とそれに対応する y の値を表しています。あとの①，②の問いに答えなさい。

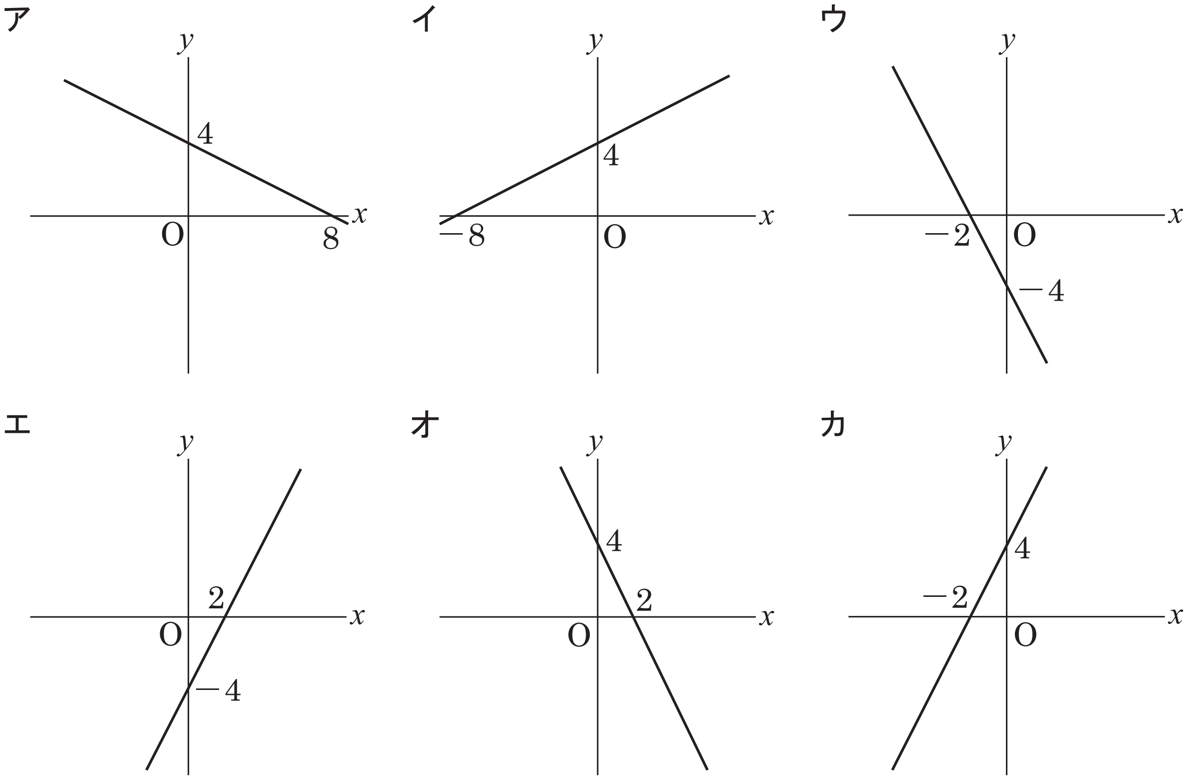
表

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	12	9	6	3	0	…

① この一次関数の変化の割合を求めなさい。

② この一次関数のグラフの切片（せっぺん）（グラフと y 軸（じく）との交点の y 座標）を求めなさい。

(3)　次の**ア**～**カ**の中に，二元一次方程式 $2x+y=4$ の解を座標とする点の全体を表すグラフがあります。それを 1 つ選びなさい。



(4)　長さが 20 cm の線香（せんこう）があります。この線香は，燃え始めると，長さが一定の割合で短くなり，40 分で燃え尽（つ）きます。

　次の**ア**～**エ**の中に，この線香が燃え始めてから x 分後の線香の長さを y cm としたとき，y を x の式で表したものがあります。それを 1 つ選びなさい。ただし，x の変域は $0 \leqq x \leqq 40$ として考えます。

ア　$y = 0.5x$

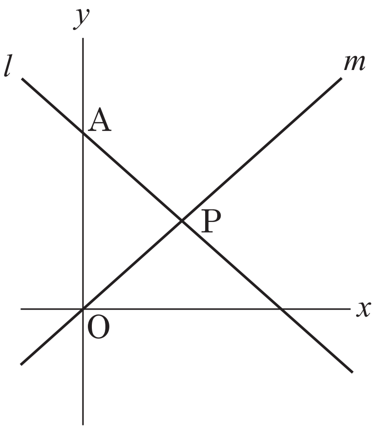
イ　$y = -0.5x$

ウ　$y = 0.5x - 20$

エ　$y = -0.5x + 20$

(5)　**図**の直線 l，m はそれぞれ $y=-x+6$，$y=x$ のグラフで，点 P で交わっています。直線 l と y 軸（じく）の交点を A，原点を O とするとき，点 P を通り，△APO の面積を 2 等分する直線の式を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

図



ア　$y=-2x+12$

イ　$y=x+3$

ウ　$x=3$

エ　$y=3$

(6)　一次関数 $y=ax+b$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $1 \leqq y \leqq 10$ となります。この一次関数のグラフが右上がりの直線であるとき，この直線の傾（かたむ）きを求めなさい。

問題は，次のページに続きます。

5 次の**会話文１，２**は，ゆいさんとそらさんが教室で，「そらさんが最初に決めた自然数をゆいさんが当てる」という数当てゲームをおこなっているときの会話の一部です。あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

会話文１

ゆいさん　最初に自然数を１つ決めてください。その数から，手順通りに求めた数を教えてくれたら，最初に決めた自然数を当ててみせるよ。
そらさん　どんな手順？
ゆいさん　これだよ。

ゆいさんは次のような手順をそらさんに示しました。

手順 $\boxed{1}$ ：最初に決めた自然数に４をたす。
手順 $\boxed{2}$ ：手順 $\boxed{1}$ で求めた数に３をかける。
手順 $\boxed{3}$ ：手順 $\boxed{2}$ で求めた数に最初に決めた自然数をたす。

会話文２

そらさん　最初に自然数を１つ決めて，手順 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ をやってみたよ。
ゆいさん　それでは，その手順通りに求めた数を教えてください。
そらさん　それは 56 だよ。
ゆいさん　それなら，最初に決めた自然数は 11 だね。
そらさん　どうしてわかったの？

そらさんは，「最初に決めた自然数」をゆいさんがどのようにして当てたのか，その方法を考えました。そこで，「最初に決めた自然数」を 8，10，13 として，「手順通りに求めた数」がそれぞれどんな数になるかを調べました。

調べたこと

「最初に決めた自然数」		手順 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$	「手順通りに求めた数」
8	のとき	$(8+4)\times 3+8$	44
10	のとき	$(10+4)\times 3+10$	52
13	のとき	$(13+4)\times 3+13$	64

(1) 「最初に決めた自然数」が 15 のとき，「手順通りに求めた数」を求めなさい。

(2) そらさんは，**調べたこと**で「手順通りに求めた数」の 44，52，64 を次の**式Ⅰ**，**式Ⅱ**のように表しました。あとの①，②の問いに答えなさい。

式Ⅰ

$44 \longrightarrow 4 \times 8 + 12$
$52 \longrightarrow 4 \times 10 + 12$
$64 \longrightarrow 4 \times 13 + 12$

式Ⅱ

$44 \longrightarrow 4 \times 11$
$52 \longrightarrow 4 \times 13$
$64 \longrightarrow 4 \times 16$

① 次の**ア**～**エ**の中に，そらさんが**式Ⅰ**から考えた「最初に決めた自然数」を求める方法があります。それを 1 つ選びなさい。

ア 「手順通りに求めた数」を 4 でわって，12 をたす。
イ 「手順通りに求めた数」を 4 でわって，12 をひく。
ウ 「手順通りに求めた数」から 12 をひいて，4 をかける。
エ 「手順通りに求めた数」から 12 をひいて，4 でわる。

② そらさんは，**式Ⅱ**から，次のことを予想しました。

そらさんの予想

「最初に決めた自然数」がどんな数であっても，「手順通りに求めた数」は，4 の倍数になる。

そらさんの予想がいつでも成り立つことは，次のように説明できます。次の**説明**の ［　　　　］ をうめて**説明**を完成しなさい。

説明

「最初に決めた自然数」を n とすると，手順 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ より「手順通りに求めた数」は，

$(n+4) \times 3 + n =$

したがって，「最初に決めた自然数」がどんな数であっても，「手順通りに求めた数」は，4 の倍数になる。

6 ひろさんは，次の**手順**にしたがって直線 l 上の点 P を通る直線を**図１**のように作図しました。ひろさんは，作図した直線 PQ が直線 l の垂線であることを，**証明の方針**を立てて証明しました。あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

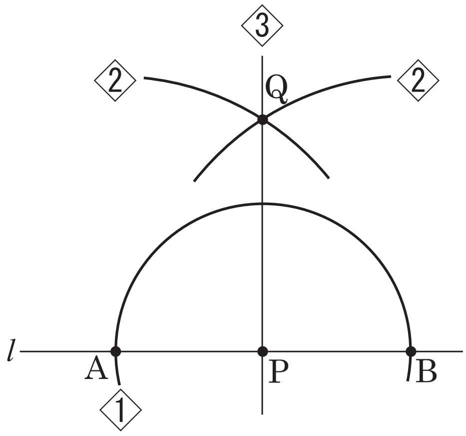
手順

◇1 直線 l 上の点 P を中心として，適当な半径の円をかき，直線 l との交点をそれぞれ点 A，点 B とする。

◇2 点 A，点 B を中心として，互(たが)いが交わるように等しい半径の円をかき，その交点の１つを点 Q とする。

◇3 点 P と点 Q を通る直線をひく。

図１



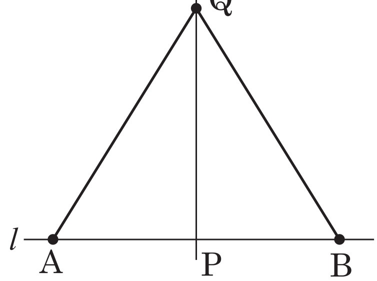
証明の方針

図２のように，点 A と点 Q，点 B と点 Q をそれぞれ線分で結び，△APQ と△BPQ をつくる。

● 直線 l ⊥直線 PQ を示すためには，
△APQ と△BPQ において
∠APQ ＝ [あ] ＝ 90°
が成り立つことを示せばよい。

● △APQ と△BPQ において，
△APQ ≡△BPQ ならば，
合同な図形の [い] という性質から
∠APQ ＝ [あ] が成り立つ。
ゆえに，△APQ ≡△BPQ であることを示せばよい。

図２



(1)　次の(i)，(ii)の問いに答え，ひろさんが立てた**証明の方針**を完成しなさい。

(i)　$\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる角を書きなさい。

(ii)　$\boxed{\text{い}}$ に当てはまる合同な図形の性質を，次の**ア**～**エ**から1つ選びなさい。

ア　対応する辺の長さは等しい

イ　対応する角の大きさは等しい

ウ　周の長さは等しい

エ　面積は等しい

(2)　ひろさんは，**証明の方針**にもとづいて，作図した直線PQが直線lの垂線であることを次のように証明しました。

［点線の枠］の中の $\boxed{\text{う}}$，$\boxed{\text{え}}$ には当てはまる辺を，また，$\boxed{\text{お}}$ には当てはまる合同条件をそれぞれ書き入れなさい。

証明

△APQと△BPQにおいて

手順 ◇1 から

PA＝ $\boxed{\text{う}}$ ……①

手順 ◇2 から

AQ＝ $\boxed{\text{え}}$ ……②

共通な辺だから

PQ＝PQ ……③

①，②，③より，

$\boxed{\text{お}}$ から

△APQ≡△BPQ

合同な図形の $\boxed{\text{い}}$ という性質から

∠APQ＝ $\boxed{\text{あ}}$

∠APB＝180°だから

∠APQ＝ $\boxed{\text{あ}}$ ＝90°

よって，直線PQは直線lの垂線である。

$\boxed{7}$ 次の**条件**を満たす水そうA，Bに，水そうAには毎分2L，水そうBには毎分3Lの割合で同時に水を入れ始めます。水そうA，Bに入れる水を，**止め方１**のように止める場合と，**止め方２**のように止める場合について考えます。

どちらの場合も，水そうA，Bに同時に水を入れ始めてから x 分後の水そうA，Bそれぞれに入っている水の量を y L として，あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

条件

- ■ 水そうA，Bにはそれぞれ60Lの水が入る。
- ■ 水そうA，Bは，それぞれに60Lを超(こ)える水を入れると水があふれ出る。
- ■ 水そうAは最初から12Lの水が入っている水そうである。
- ■ 水そうBは水が入っていない空(から)の水そうである。

(1) 水そうA，Bに入れる水を，次の**止め方１**のように止める場合を考えます。

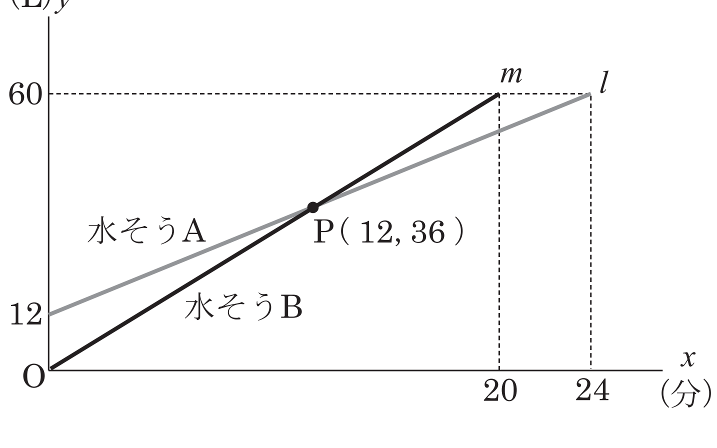
止め方１

水そうA，Bに同時に水を入れ始めてから20分後に，水そうBだけ，入れる水を止める。その4分後に，水そうAも入れる水を止める。

このとき，水そうA，Bそれぞれについて，同時に水を入れ始めてから，入れる水を止めるまでの x と y の関係をグラフに表すと，次の**図**の直線 l，m になります。

直線 l，m の交点をPとするとき，あとの①～③の問いに答えなさい。

図



① **図**の直線 l の式は，$y = 2x + 12$ です。水そうA，Bに同時に水を入れ始めてから10分後の水そうAに入っている水の量を求めなさい。

② 2つの水そうA，Bに入っている水の量について，**図**の直線l，mの交点Pの座標から読み取れることを，交点Pのx座標，y座標の**両方の値**（あたい）**を用いて**説明しなさい。

③ 水そうA，Bに同時に水を入れ始めてから20分後までに，水そうA，Bに入っている水の量の差が6Lとなるのは何回ありますか。正しいものを次の**ア**～**エ**から1つ選びなさい。

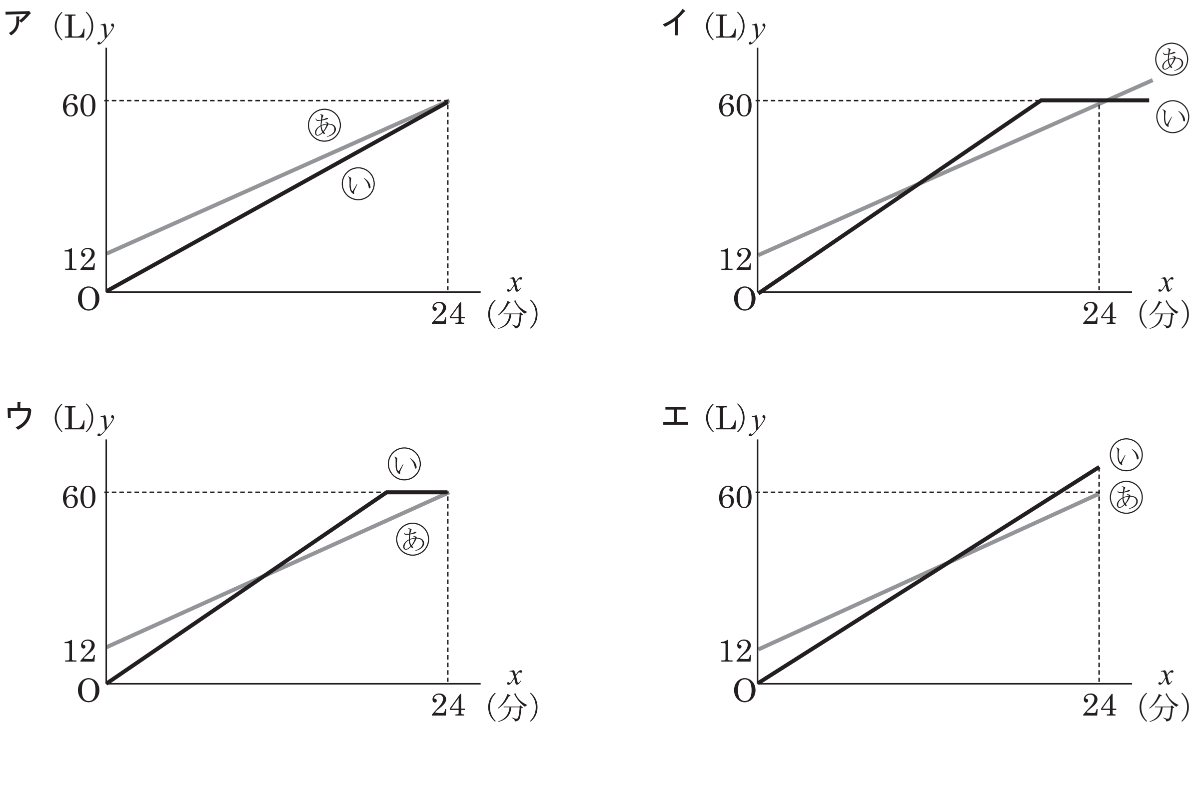
ア 0回
イ 1回
ウ 2回
エ 3回

(2) 水そうA，Bに入れる水を，次の**止め方2**のように止める場合を考えます。

止め方2

水そうA，Bに同時に水を入れ始めてから24分後に，水そうA，Bに入れる水を同時に止める。

このとき，次の**ア**～**エ**の中に，水そうA，Bそれぞれについて，同時に水を入れ始めてから，入れる水を止めるまでのxとyの関係を表したグラフ㋐，㋑があります。それを1つ選びなさい。



これで，数学の問題は終わりです。