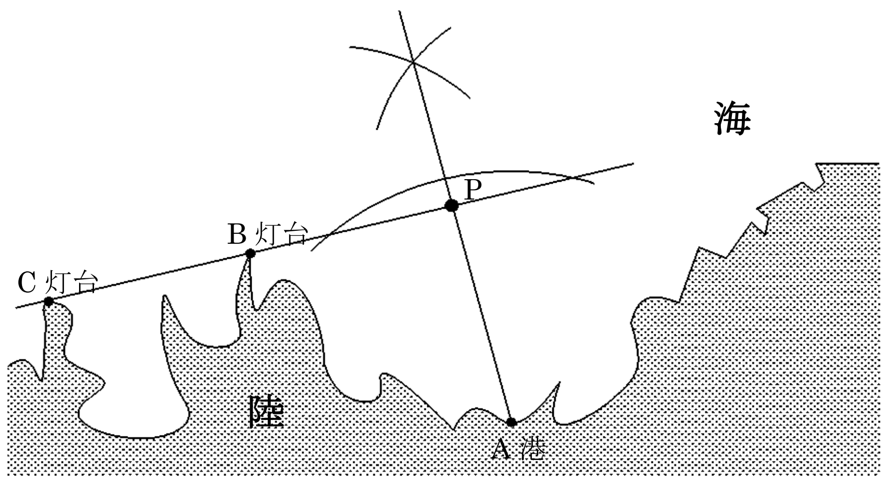
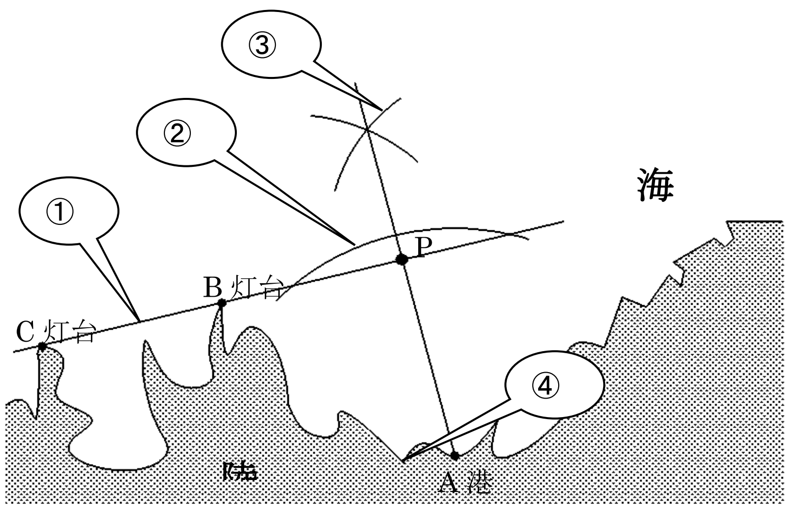
類題 解答・解説

数学　力だめし２～事象を数学的に解釈し説明や証明をする　　　（　　）年（　　）組　　氏名（　　　　　　　　　　）

1 解答



【領域】図形　　　　　【単元】平面図形　　1年
【趣旨】身近な事象に、既習の様々な作図の方法を活用できるかどうかをみる。
【観点】表現・処理、数学的な見方・考え方
【解説】
B の岬に隠れている C 灯台が見え始める「ある地点」とは、B と C を結んだ直線上。
⇒①点 B と点 C を結ぶ直線をひく。長くかいて点 A のあるほうに近づけておく。
A からその直線上まで最短距離で行くには、その直線と直交する直線上を進むこと。
⇒②点 A を中心にコンパスで円弧をかき、①でかいた直線と 2 点で交わらせる。
③②で交わった 2 つの点を中心にそれぞれ同じ幅のコンパスで円弧をかき、交わらせる。
④③で交わった点と、点 A を結んで直線をかく。
④でかいた直線は、直線BCの垂線になり、その交点 P は、点 A に最も近い。



2 解答
（1）底面の半径：4cm，高さ：8cm
（2）式：4×4×π×8　，体積：128π cm^3
（3）半球と円柱の体積の関係
（例1）半球の体積は円柱の 3 分の 1、半球の体積：$\frac{128}{3}\pi$ cm^3

（例2）円柱の体積は半球の体積の3倍

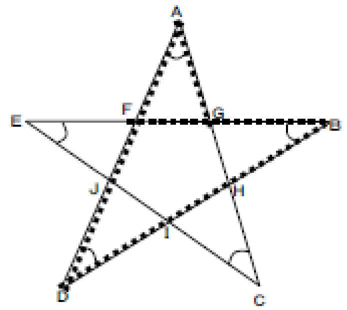
（4）半球の体積の3倍が円柱の体積と等しいので、半球の体積は円柱の体積 2πr^3 の 3 分の 1 倍となり、$\frac{2}{3}\pi r^3$ ㎤ となる。

また、球の体積は半球の体積の2倍なので、$\frac{4}{3}\pi r^3$

よって球の体積Ｖは $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ と表すことができる。

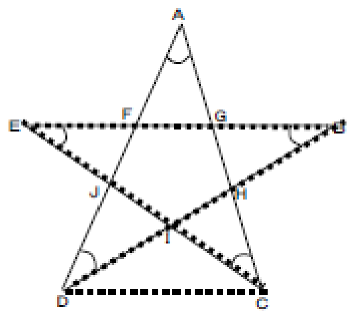
【領域】図形　　　　【単元】空間図形　　1年
【趣旨】球の体積を求める式の意味を理解し、その式を活用して考えることができるかどうかをみる。
【観点】知識・理解、数学的な見方・考え方、表現・処理
【解説】
（1）円柱の底面と球の中心を通る断面が等しくなる。
（2）柱の体積の求め方は、底面積×高さ。
（3）問題から、半球 3 杯で円柱がいっぱいなので、体積の関係は、半球：円柱＝1：3。
半球の体積は円柱の体積の $\frac{1}{3}$ なので、$128\pi \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\pi$
（4）①円柱の体積は、(r×r×π)×(r×2)＝ $2\pi r^3$
②半球の体積は円柱の体積の $\frac{1}{3}$ なので、$2\pi r^3 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\pi r^3$
③球の体積は半球の体積の 2 倍なので、$\frac{2}{3}\pi r^3 \times 2 = \frac{4}{3}\pi r^3$

3 解答例



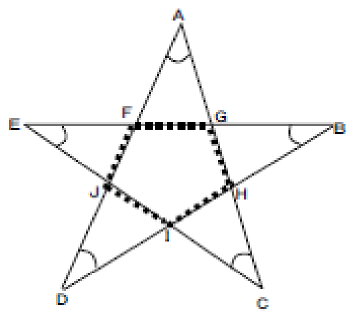
【たろうさんの考え】

外側の三角形に注目すると、例えば、左の図の
△AFGの∠A 以外の 2 つの角の大きさを考えると、
△FDB の外角から、∠AFG＝∠D＋∠B
同様に考えると、
△ECG の外角から∠AGF＝∠E＋∠C
よって、△AFG の内角の和は∠A+∠B+∠C+∠D+∠E に等しくなる。
三角形の内角の和は 180°
∠A+∠B+∠C+∠D+∠E＝180°



【じろうさんの考え】

外側の頂点 C、D を結ぶ補助線 CD を引いて、例えば、左の図の△EIB の 3 つの角の大きさを△DIC と対応させ考えてみると、
△EIB において、
∠E＋∠B＝180° －∠EIB
また△DIC において
∠IDC＋∠ICD＝180° －∠DIC
一方、対頂角は等しいので
∠EIB＝∠DIC
よって、∠E＋∠B＝∠IDC＋∠ICD
ところで、△ADC の内角の和は180° より
∠A+∠D+∠C+∠IDC+∠ICD＝∠A+∠B+∠C+∠D+∠E＝180°



【ゆみさんの考え】

外側の 5 つの三角形の内角の和は180° ×5で 900°
一方、真ん中の五角形 FGHIJ に注目すると、
多角形の外角の和は 360° になるから、
∠AGF+∠BHG+∠CIH＋∠DJI+∠EFJ＝360° ―――①
また、∠AFG+∠BGH+∠CHI+∠DIJ+∠EJF＝360° ―――②
ところで、
∠A+∠B+∠C+∠D+∠E は5つの三角形の内角の和900°
から、①②の角をひいたものだから、
900° －360° ×2＝180° になる。

【領域】図形　　　　　【単元】図形の調べ方　　2年
【趣旨】図を参考にして、既習の内容を活用し、特定の角の和を求め、その求め方を説明できるかどうかをみる。
【観点】数学的な見方・考え方
【解説】活用する：三角形の内角の和は 180 度。n角形の内角の和は 180×（n－2）度。
三角形の外角は、他の 2 つの内角の和。多角形の外角の和は 360 度。