令和 5 年度中学生チャレンジテスト

第 3 学 年

数 学

注　意

1　テスト問題は、1 ページから 20 ページまであります。先生の合図があるまで、問題冊子を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。

3　解答は、ＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い、**濃く、はっきり**と書いてください。また、消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄（らん）を黒く塗（ぬ）りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。
また、解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は、オモテ、ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に、組、出席番号を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　テスト実施（じっし）時間は、45 分です。

問題は、次のページから始まります。

1 次の問いに答えなさい。

(1)　$14 - 3 \times (-2)$ を計算しなさい。

(2)　$(x + 3)^2 - (x + 3)(x - 3)$ を計算した結果として正しいものを、次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア　0

イ　18

ウ　$6x$

エ　$6x + 18$

(3)　$\dfrac{6}{\sqrt{2}} + \sqrt{8}$　を計算しなさい。

(4)　次の**ア**～**エ**のうち、$3a + b$　という式で表されるものはどれですか。正しいものを１つ選びなさい。

ア　縦の長さが $3a$ cm、横の長さが b cm である長方形の面積（cm^2）

イ　分速 a m で３分間歩いた道のりと、分速 b m で１分間歩いた道のりの合計（m）

ウ　３分間に a L の割合で水が出る蛇口（じゃぐち）と、１分間に b L の割合で水が出る蛇口から、水を同時に１分間出したときの水の量（L）

エ　３人が a 円ずつ出し合ったお金から b 円を支払（しはら）ったときの残った金額（円）

2 次の問いに答えなさい。

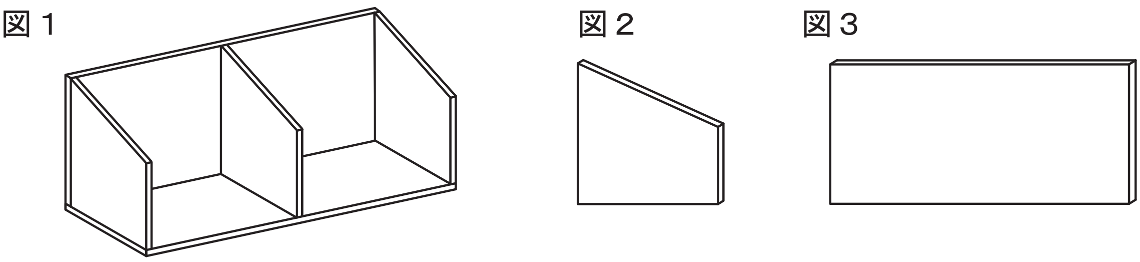
(1)　連立方程式 $\begin{cases} 5x - 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ を解きなさい。

(2)　次の**問題**について考えます。

問題

ある工場では、**図１**のような本立てをつくっています。この本立てを１個つくるのに、**図２**のような板Ａを３枚と**図３**のような板Ｂを２枚使います。板Ａの重さは１枚あたり 0.2 kg、板Ｂの重さは１枚あたり 0.6 kg です。

板Ａと板Ｂを合計 150 kg 用意し、本立てをできるだけ多くつくったところ、板Ａはなくなり、板Ｂは 10 枚あまりました。板Ａと板Ｂをそれぞれ何枚用意したかを求めなさい。



本立て　　板Ａ　　板Ｂ

この**問題**を解くために、用意した板Ａの枚数を x 枚、用意した板Ｂの枚数を y 枚として、連立方程式をつくります。

$$\begin{cases} 0.2x + 0.6y = 150 & \cdots\cdots ① \\ \boxed{} & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①の式は、「用意した板Ａと用意した板Ｂの重さの合計」に着目してつくり、②の式は、「つくった本立ての数」に着目してつくりました。次の**ア**～**エ**のうち、$\boxed{}$ に当てはまる式を１つ選びなさい。

ア　$3x = 2(y + 10)$

イ　$3x = 2(y - 10)$

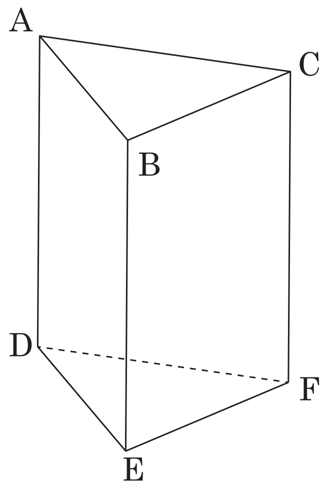
ウ　$\dfrac{x}{3} = \dfrac{y + 10}{2}$

エ　$\dfrac{x}{3} = \dfrac{y - 10}{2}$

3 次の問いに答えなさい。

(1) **図１**の立体ABC－DEFは三角柱です。△ABCと△DEFは合同であり、四角形ADEB、BEFC、ADFCは長方形です。あとの①、②の問いに答えなさい。

図１



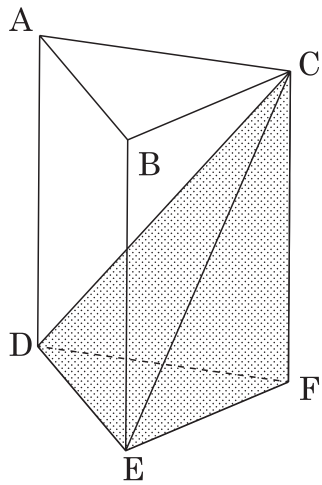
① 次の**ア**～**エ**のうち、辺ABと平行な辺を１つ選びなさい。

ア 辺AC　　**イ** 辺BC　　**ウ** 辺DE　　**エ** 辺EF

② **図２**のように、**図１**の立体ABC－DEFの頂点Cと頂点D、頂点Cと頂点Eをそれぞれ線分で結んで、立体C－DEFをつくりました。

このとき、立体ABC－DEFの体積は、立体C－DEFの体積の何倍ですか。あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

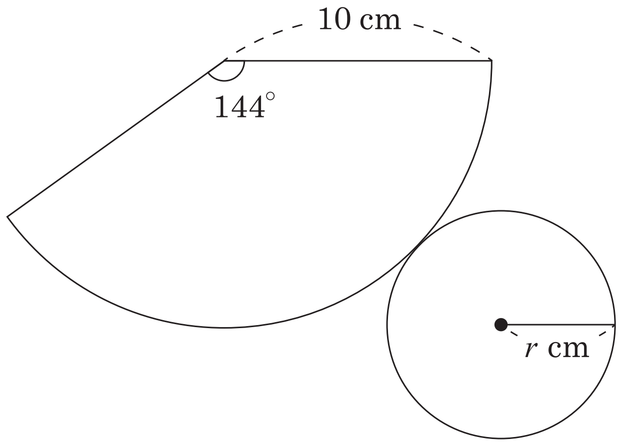
図２



ア ２倍　　**イ** ３倍　　**ウ** ６倍　　**エ** ９倍

(2)　**図３**は、底面の円の半径が r cm、母線の長さが 10 cm の円錐(えんすい)の展開図です。この展開図を組み立ててできる円錐において、底面の円の半径として正しいものを、**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

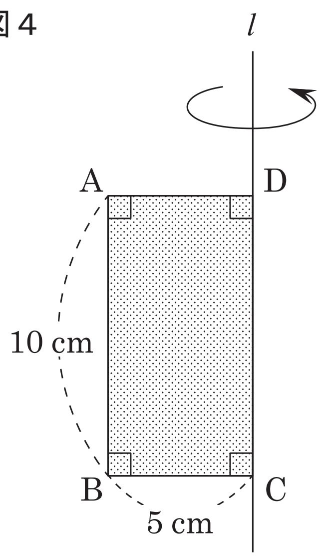
図３



ア　2 cm　　**イ**　4 cm　　**ウ**　5 cm　　**エ**　8 cm

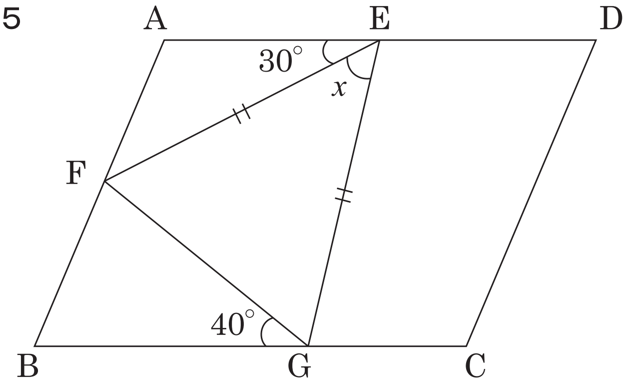
(3)　**図４**の四角形 ABCD は、AB ＝ 10 cm、BC ＝ 5 cm の長方形です。この長方形を、頂点 C、D を通る直線 l を回転の軸として１回転させて立体をつくります。このとき、できる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

図４



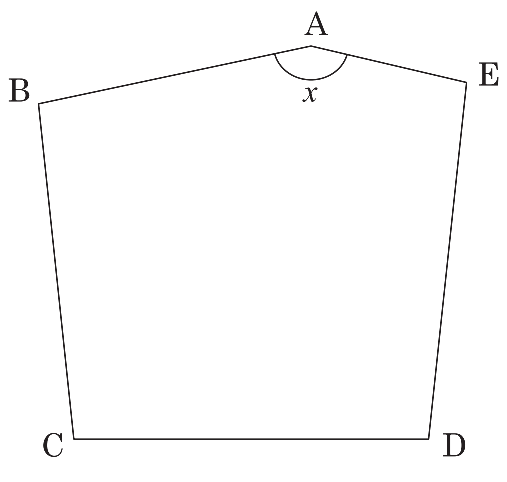
(4)　**図５**の四角形ABCDは平行四辺形です。点E、F、Gはそれぞれ辺AD、AB、BC上にあり、△EFGはEF＝EGの二等辺三角形です。∠AEF＝30°、∠FGB＝40°のとき、∠xの大きさを求めなさい。

図５



(5)　**図６**の五角形ABCDEにおいて、∠ABC＝∠BCD＝∠CDE＝∠DEA＝95°です。このとき、∠xの大きさを求めなさい。

図６



問題は、次のページに続きます。

4 次の問いに答えなさい。

(1) 次の**表**は、y が x に反比例する関係を表したものです。**表**中の $\boxed{}$ に当てはまる数を求めなさい。

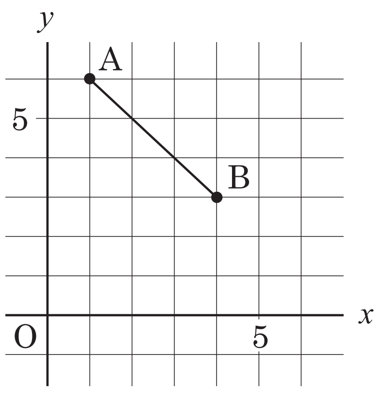
表

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-9	-18		18	9	$\boxed{}$	…

(2) **図１**の点 A、B の座標はそれぞれ（１，６）、（４，３）です。

直線 $y = x + b$（b は定数）が線分 AB 上の点を通るときの b の値(あたい)の範囲(はんい)はどのようになりますか。あとのそれぞれの $\boxed{}$ に当てはまる数を求めなさい。

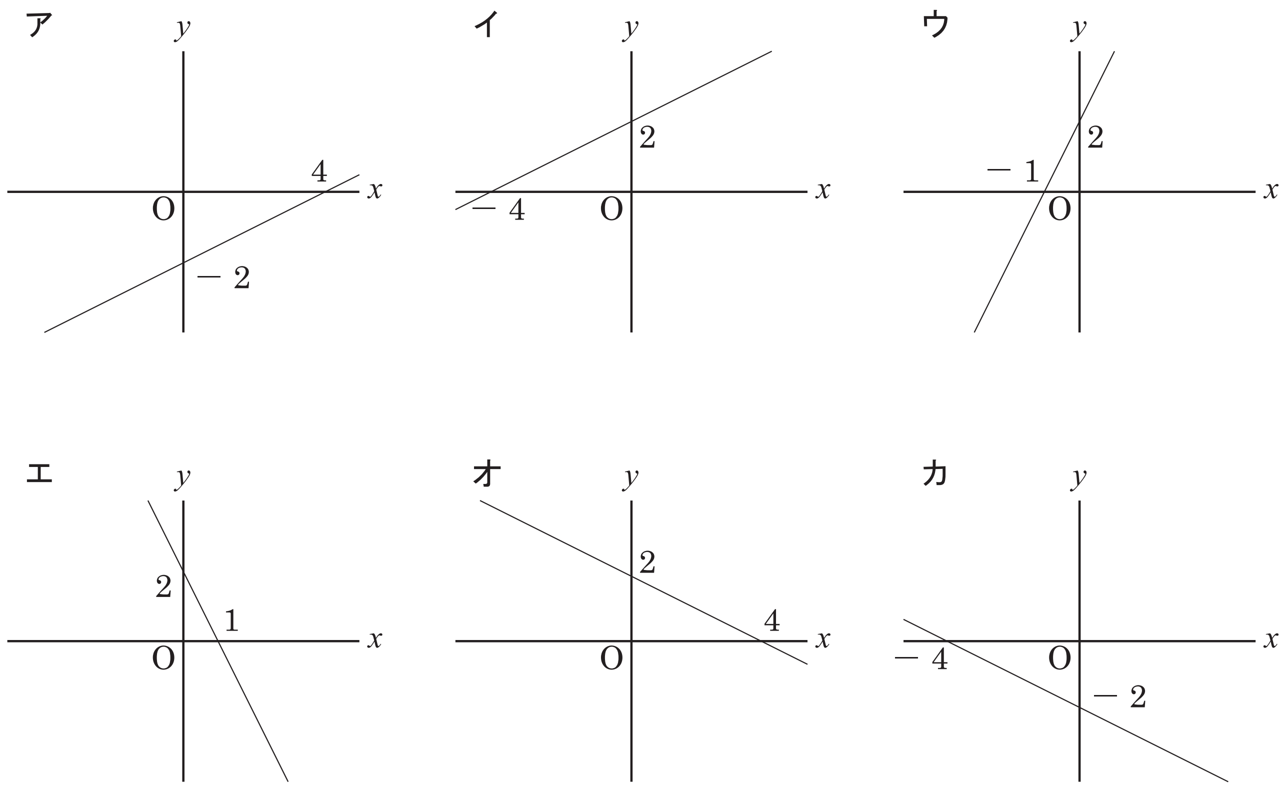
図１



$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$

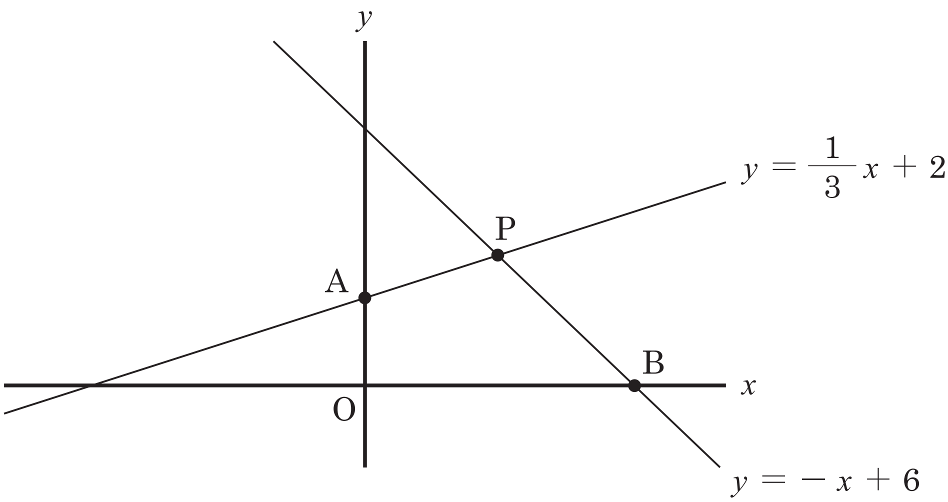
(3)　一次関数 $y = 3x + 5$ について、x の値が 1 から 4 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

(4)　次の**ア**～**カ**の中に、二元一次方程式 $x + 2y = 4$ の解を座標とする点の全体を表すグラフがあります。それを 1 つ選びなさい。



(5)　**図２**のように、直線 $y=\frac{1}{3}x+2$ と直線 $y=-x+6$ は点Pで交わっています。直線 $y=\frac{1}{3}x+2$ と y 軸との交点をA、直線 $y=-x+6$ と x 軸との交点をB、原点をOとするとき、四角形PAOBの面積を求めなさい。ただし、面積の単位は考えないものとします。

図２



5 次の問いに答えなさい。

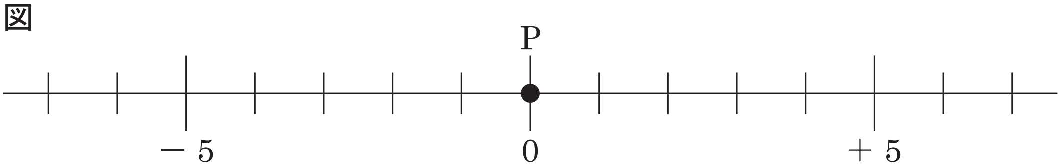
(1)　当たりくじが5本、はずれくじが5本の合計10本のくじが入った箱があります。この箱からくじを1本ひき、当たりかはずれかを確かめて、ひいたくじを箱に戻すということをくり返します。

1回目にひいたくじは当たりでした。2回目にひいたくじも当たりでした。3回目にひくくじが当たりである確率について、次の**ア**～**エ**から正しいものを1つ選びなさい。ただし、どのくじをひくことも同様に確からしいものとします。

ア　当たりである確率とはずれである確率は等しい。
イ　当たりである確率の方がはずれである確率より大きい。
ウ　はずれである確率の方が当たりである確率より大きい。
エ　当たりである確率とはずれである確率の大小は決まらない。

(2)　**図**のように、点Pは数直線上の0を表す位置にあります。1つのさいころを投げて、あとの**【ルール】**にしたがって、点Pを移動させます。

図



【ルール】

偶数(ぐうすう)の目が出たら、出た目の数だけ正の方向に移動させる。
奇数の目が出たら、出た目の数だけ負の方向に移動させる。

例えば、さいころを2回投げて、1回目に4の目が出て2回目に3の目が出たとき、移動させたあとの点Pは＋1を表す位置にあります。

さいころを2回投げるとき、移動させたあとの点Pが＋3を表す位置にある確率として正しいものを、次の**ア**～**エ**から1つ選びなさい。ただし、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとします。

ア　$\frac{1}{6}$

イ　$\frac{1}{9}$

ウ　$\frac{1}{12}$

エ　$\frac{1}{18}$

6 正の奇数において、連続する５つの奇数の和がどんな数になるかを考えます。

1、 3、 5、 7、 9	のとき	1 ＋ 3 ＋ 5 ＋ 7 ＋ 9 ＝ 25 ＝ 5 × 5
7、 9、11、13、15	のとき	7 ＋ 9 ＋ 11 ＋ 13 ＋ 15 ＝ 55 ＝ 5 × 11
11、13、15、17、19	のとき	11 ＋ 13 ＋ 15 ＋ 17 ＋ 19 ＝ 75 ＝ 5 × 15

これらの結果から、次のように予想ができます。

予想

正の奇数において、連続する５つの奇数の和は、５の倍数になる。

(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 次の**式１**中の ア ～ カ に数を入れ、**予想**が成り立つかどうかを確かめます。連続する５つの奇数のうち、最も小さい数を 19 とするとき、ア ～ カ に当てはまる数を求めなさい。

式１

19 ＋ ア ＋ イ ＋ ウ ＋ エ ＝ オ ＝ 5 × カ

(2)　**予想**がいつでも成り立つことは次のように説明できます。**説明**を完成しなさい。

説明

n を０以上の整数とすると、
連続する５つの奇数は、$2n+1$、$2n+3$、$2n+5$、$2n+7$、$2n+9$ と表される。それらの和は、

$$(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7)+(2n+9)$$
$=$

したがって、正の奇数において、連続する５つの奇数の和は、５の倍数になる。

(3)　連続する５つの奇数の和が 165 であるとき、連続する５つの奇数のうち最も小さい奇数を求めなさい。

7 次の**問題**について考えます。あとの(1)〜(3)の問いに答えなさい。

問題

図１の四角形 ABCD は平行四辺形です。

図２は、**図１**の四角形 ABCD に直線 AC と線分 BD をひき、直線 AC 上に点 E、F をそれぞれとって、点 E と頂点 B、D、点 F と頂点 B、D をそれぞれ線分で結んだ図形です。

なお、点 O は四角形 ABCD の対角線の交点であり、点 E は点 O について頂点 C と反対側、点 F は点 O について頂点 A と反対側にそれぞれとりました。また、∠ EBO ＝ ∠ FDO です。

このとき、△ EBO ≡ △ FDO を示し、それをもとにして、四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。

図１

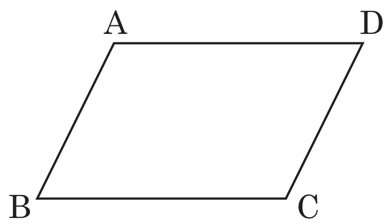
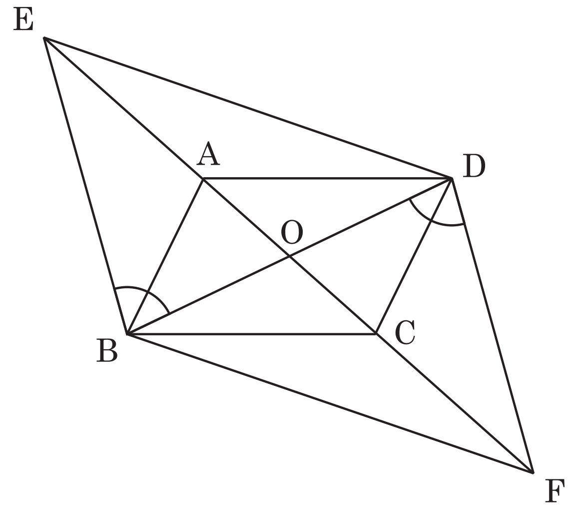


図２



(1)　△ EBO ≡ △ FDO は、次のように証明できます。**証明１**を完成しなさい。

証明１

△ EBO と△ FDO において

よって、△ EBO ≡ △ FDO

(2)　**証明２**と**証明３**はどちらも、△ EBO ≡ △ FDO をもとにして四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しています。

証明２

四角形 EBFD について、
△ EBO ≡ △ FDO より、
合同な図形の対応する辺の長さや角の大きさは等しいから、
EB ＝ FD　……①
∠ BEO ＝ ∠ DFO　……②
②より、錯角が等しいので、
EB // DF　……③
①、③より、 [Ⅰ] から、
四角形 EBFD は平行四辺形である。

証明３

四角形 EBFD について、
△ EBO ≡ △ FDO より、
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、
EO ＝ FO　……①
BO ＝ DO　……②
①、②より、 [Ⅱ] から、
四角形 EBFD は平行四辺形である。

証明２中の [Ⅰ] 、**証明３**中の [Ⅱ] に当てはまることがらを、次の**ア**～**エ**からそれぞれ１つずつ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である
イ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である
ウ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である
エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は、平行四辺形である

(3)　**問題**の四角形 ABCD を正方形に変えたとき、四角形 EBFD は平行四辺形の特別な形になります。次の文は、四角形 ABCD が正方形ならば、四角形 EBFD がどんな四角形になるか述べたものです。 [Ⅲ] に当てはまることばを書きなさい。

四角形 ABCD が正方形ならば、四角形 EBFD は [Ⅲ] になる。

8 ある農家は、A 畑、B 畑、C 畑の 3 か所でサツマイモを育てています。秋になり、3 か所の畑で 582 個のサツマイモを収穫（しゅうかく）し、収穫したすべてのサツマイモ 582 個について、1 個ずつの重さをはかり記録しました。

(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) **表 1** は、3 か所の畑で収穫したすべてのサツマイモ 582 個について、1 個ずつの重さの記録を度数分布表にまとめたものです。①、②の問いに答えなさい。

表 1

サツマイモの重さ（g）	度数（個）
以上　　未満	
0 ～ 100	65
100 ～ 200	145
200 ～ 300	118
300 ～ 400	107
400 ～ 500	124
500 ～ 600	23
合計	582

① 3 か所の畑で収穫したすべてのサツマイモ 582 個のうち重さが 400 g 以上のサツマイモの個数を求めなさい。

② 次の**ア**～**エ**のうち、**表 1** からわかることとして正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 階級の幅は、600 g である。

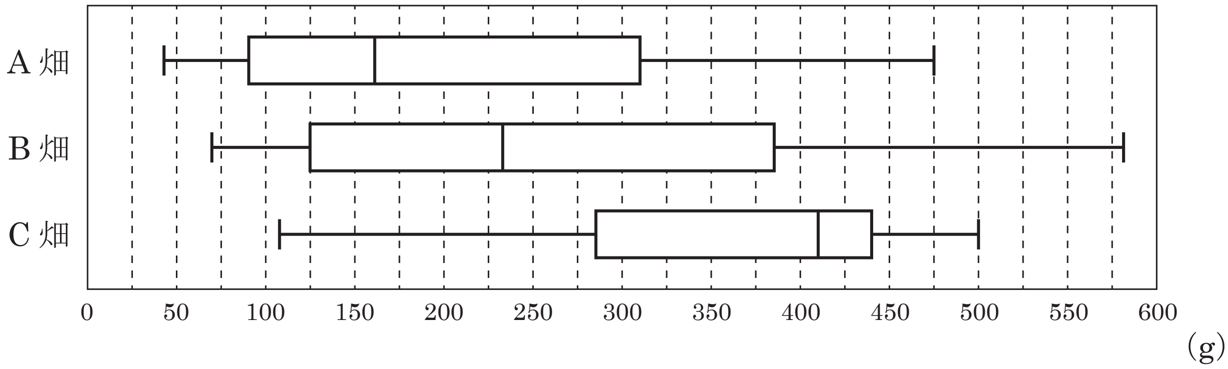
イ 度数が最も多い階級の階級値は、150 g である。

ウ 0 g 以上 100 g 未満の階級の相対度数は、0.65 である。

エ サツマイモ 582 個の重さの記録の中央値は、300 g 以上 400 g 未満の階級に含まれている。

(2)　3か所の畑で収穫したすべてのサツマイモ582個のうち、A畑で収穫したサツマイモは205個、B畑で収穫したサツマイモは217個、C畑で収穫したサツマイモは160個でした。**図**は、A畑、B畑、C畑で収穫したサツマイモの重さの記録を、それぞれ箱ひげ図に表したものです。①、②の問いに答えなさい。

図



①　次の**ア**～**エ**のうち、**図**からわかることとして正しいものを1つ選びなさい。

ア　A畑の第3四分位数とB畑の第3四分位数は等しい。

イ　最大値が最も大きいのはC畑である。

ウ　範囲（はんい）が最も大きいのはB畑である。

エ　四分位範囲が最も小さいのはA畑である。

②　この農家は、収穫したサツマイモを、**表2**にしたがってSS～LLのサイズに分類して出荷（しゅっか）します。

表2

サイズ	SSサイズ	Sサイズ	Mサイズ	Lサイズ	LLサイズ
1個の重さ	100g未満	100g以上 200g未満	200g以上 300g未満	300g以上 400g未満	400g以上 600g未満

次の**ア**～**ウ**のうち、C畑で収穫したサツマイモ160個について、**図**と**表2**からわかることとして正しいものを**すべて**選びなさい。

ア　SSサイズに分類されるサツマイモはない。

イ　Sサイズに分類されるサツマイモの個数とMサイズに分類されるサツマイモの個数の合計は40個より少ない。

ウ　LLサイズに分類されるサツマイモの個数は、Lサイズに分類されるサツマイモの個数より多い。

9 こうさんは、**図1**のようないくつか並んだ水槽（すいそう）全部に行き渡る水の動きに興味をもちました。そこで、**図2**のような、排水口 X と排水口 Y がある水槽 A、排水口 Z がある水槽 B、排水口のない水槽 C の、3つの空（から）の水槽を**図3**のように密着した状態で並べ、給水口の下に置きました。

図1

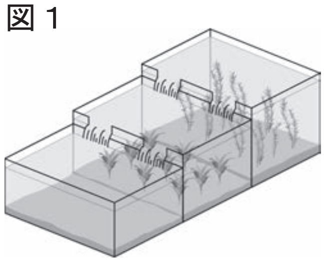


図2

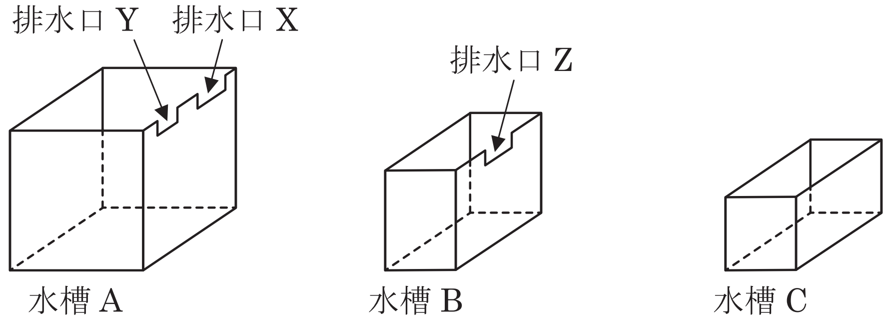
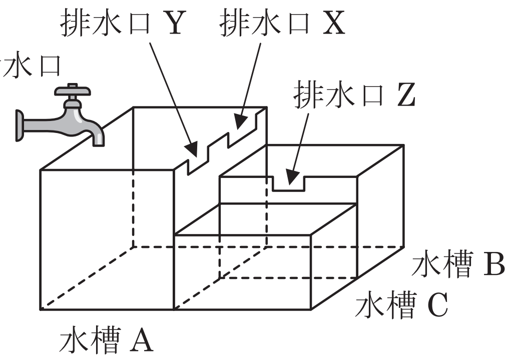


図3



こうさんは、水槽 A に給水口から一定の割合で水を入れ続けました。すると、水は、**水の動き**$\boxed{1}$〜$\boxed{5}$のようにして3つの水槽に行き渡り、32 分後に水槽 C が満水になりました。

水の動き

$\boxed{1}$ 水槽 A に給水口から入れ続ける水が、水槽 A で排水口 X と排水口 Y に同時に到達する。

$\boxed{2}$ 水槽 A の水が排水口 X と排水口 Y に同時に到達したあと、水槽 A に給水口から毎分入れ続ける水の量と同じ量の水が、毎分、排水口 X と排水口 Y に分かれて両方から同時に流れ出る。

$\boxed{3}$ 排水口 X から流れ出る水はすべて水槽 B に入り、排水口 Y から流れ出る水はすべて水槽 C に入る。

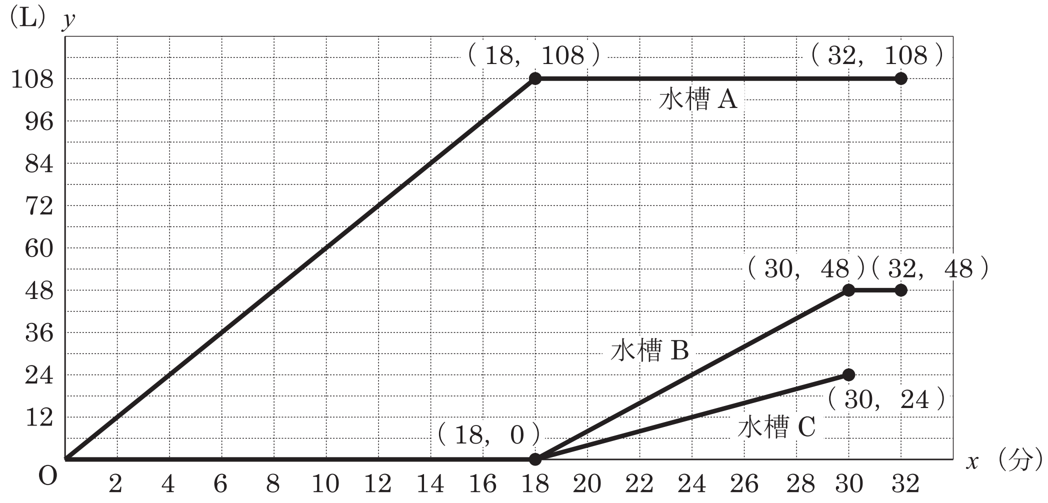
$\boxed{4}$ 排水口 X から水槽 B に入る水が、水槽 B で排水口 Z に到達する。

$\boxed{5}$ 水槽 B の水が排水口 Z に到達したあと、水槽 B に毎分入る水と同じ量の水が、水槽 B の排水口 Z から毎分水槽 C に入る。

そこで、こうさんは、水槽Aに水を入れ始めてから水槽Cが満水になるまでの3つの水槽の様子をグラフに表してみることにしました。

図4は、水を入れ始めてからの時間をx、水槽の水の量をyとして、$0 \leqq x \leqq 32$ のときの水槽Aと水槽B、$0 \leqq x \leqq 30$ のときの水槽Cについて、それぞれのxとyの関係をグラフに表したものです。

図4



(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1)　**水の動き**$\boxed{4}$について、水が、排水口Xから水槽Bに入り始めてから排水口Zに到達するまでにかかる時間を、**図4**から求めなさい。

(2)　次の文は、**水の動き**$\boxed{2}$、$\boxed{3}$について、**図4**から読み取れることを述べたものです。文中の（　①　）〜（　④　）には、A、B、C、X、Y、Zから、当てはまる文字を1つずつ入れ、（　⑤　）には当てはまる数を入れて文を完成しなさい。ただし、（　①　）〜（　④　）にはすべて異なる文字を入れるものとします。

> 水槽Aの排水口（　①　）から水槽（　②　）に毎分入る水の量は、水槽Aの排水口（　③　）から水槽（　④　）に毎分入る水の量の、（　⑤　）倍であることがわかる。

(3)　**水の動き**$\boxed{3}$、$\boxed{5}$から、$30 \leqq x \leqq 32$ のときの水槽Cのグラフを解答用紙の図中にかき加えなさい。また、水槽Cのグラフ上でx座標が32である点のy座標を求めなさい。