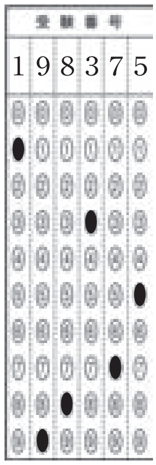
令和６年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

解答についての注意点

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	１９８３７５

1　解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、マーク式解答用紙に、
大問$\boxed{4}$については、記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

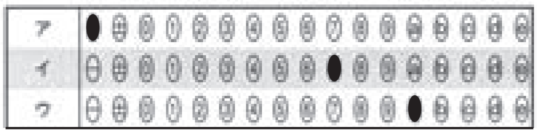
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の $\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$ などには、特に指示のないかぎり、符号（－、±）、数字（0 ～ 9）、又は文字（a ～ e）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{アイウ}$ に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に $\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$ などが２度以上現れる場合、２度目以降は、$\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$ のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、$\dfrac{3}{4}$、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば、$\boxed{キ}.\boxed{クケ}$ に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、$4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1：3 と答えるところを、2：6 のように答えてはいけません。

5　その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

（1）AB＝5，BC＝6，∠ABC＝$60°$ の△ABC において，

辺 BC の 3 等分点を B に近い方から D，E とおく。

（ア）AD＝$\sqrt{\boxed{アイ}}$ であり，△ABD の外接円の半径は，$\dfrac{\sqrt{\boxed{ウエ}}}{\boxed{オ}}$ である。

（イ）△ ABC の辺 AC を $2:3$ に内分する点を P とおき，線分 BP と線分 AD の交点を Q，

線分 BP と線分 AE の交点を R とおくと，AR＝$\dfrac{\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ であり，

BQ：QR：RP＝$\boxed{ケコ}$：$\boxed{サ}$：$\boxed{シ}$ である。

（2）3 点 A$(1,1)$，B$(-3,-7)$，C$(5,-1)$ がある。

このとき，AB，BC の垂直二等分線の方程式は，

それぞれ $y=-\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}x-\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$，$y=-\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x-\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ である。

よって，3 点 A，B，C を通る円 O の方程式は，

$(x-\boxed{ナ})^2+(y+\boxed{ニ})^2=\boxed{ヌネ}$ となる。

また，2 点 A，B における円 O の接線の交点を D とすると，

点 D の座標は（$\boxed{ノハ}$，$\boxed{ヒ}$）であり，△ABD の面積は $\boxed{フヘ}$ である。

$\boxed{2}$

(1) 1 から 10 までの自然数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

2 枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した 2 枚のカードの自然数の和が 5 の倍数となる確率は，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(2) a を定数とする。放物線 $y = -x^2 + (a+2)x - a - 4$ が x 軸と 2 点で交わり，かつ直線 $y = x + 5$ と共有点をもたないような整数 a は，$\boxed{ウ}$ 個ある。

(3) $x + y + z = 8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$ を満たす整数 x, y, z の組 (x, y, z) は，全部で $\boxed{エオ}$ 組存在する。

(4) 自然数 n が n 回ずつ続く，次のような数列がある。

$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \cdots$

自然数 24 が初めて現れるのは第 $\boxed{カキク}$ 項で，第 2024 項は自然数 $\boxed{ケコ}$ である。

(5) a を定数とする。3 次方程式 $x^3 - (a+6)x^2 + (16+6a)x - 16a = 0$ の 1 つの解が $\sqrt{5}$ であるとき，a の値は $a = \sqrt{\boxed{サ}}$ であり，他の解は $x = \boxed{シ} \pm \sqrt{\boxed{ス}}\, i$ である。

(6) $x = 4^{10}, y = 9^3, z = 5^2$ とするとき，xyz は $\boxed{セソ}$ 桁の整数である。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(7) 平面上に 3 点 O, A, B があり，OA = 7, OB = 8, AB = 9 となっている。

正の実数 t に対して，動点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \dfrac{1}{t}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる点としたとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積は $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{タチ}$ であり，線分 OP の長さの最小値は $\boxed{ツテ}$ である。

（8）2 つの放物線 C_1：$y = -x^2$，C_2：$y = x^2 - 2x + 13$ がある。

放物線 C_1，C_2 の共通接線 ℓ，m の方程式は，

それぞれ $y = \boxed{\text{ト}}\,x + \boxed{\text{ナ}}$，$y = \boxed{\text{ニヌ}}\,x + \boxed{\text{ネ}}$ となる。

また，ℓ，m と C_1 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

3

図Ｉのように，２点Ａ，Ｂは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点であり，点Ｃは直線 $y=6$ と y 軸との交点である。点Ａの座標は（3，3）で，点Ｂを中心とする円は直線 $y=6$ と y 軸に接し，点Ｂの x 座標は点Ａの x 座標よりも大きいものとする。

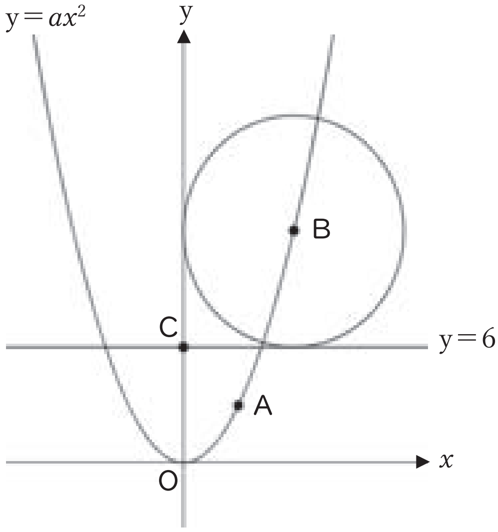
(1) a の値は，$a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 点Ｂの座標は，（$\boxed{ウ}$，$\boxed{エオ}$）である。

(3) 直線 AB の式は，$y=\boxed{カ}x-\boxed{キ}$ である。

(4) 直線 OB に平行で，点Ａを通る直線の式は，

$y=\boxed{ク}x-\boxed{ケ}$ である。



図Ｉ

(5) 点Ｂを通り四角形 OABC の面積を２等分する直線の式は，$y=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}x+\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

図２のように，図Ｉに加えて新たにＰ（p，0）をとる。ただし，$p<0$ とする。

四角形 OABC を y 軸の周りに１回転させたときにできる立体を V_1，△OPC を y 軸の周りに１回転させたときにできる立体を V_2 とする。

(6) 円周率を π とすると，

V_1 の体積は $\boxed{セソタ}\,\pi$ である。

(7) V_1 と V_2 の体積比が $1:2$ となるとき，

$p=\boxed{チツ}\sqrt{\boxed{テト}}$ である。

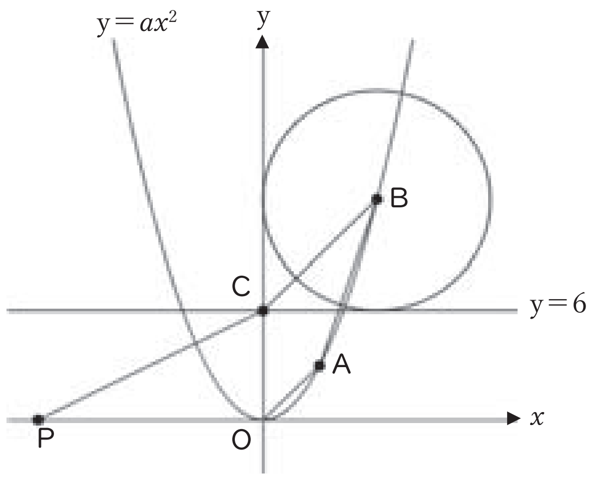


図２

4

図１のように，線分 AB を直径とした円 O がある。点 B における円 O の接線上に点 B とは異なる点 C をとり，点 C から接線 BC と異なる接線をひき，円 O との接点を D とする。

また，線分 OC と線分 BD との交点を E，線分 OC と円 O との交点を F とする。AB ＝ $8\,\mathrm{cm}$ ，CD ＝ $6\,\mathrm{cm}$ であるとき，次の問いに答えなさい。

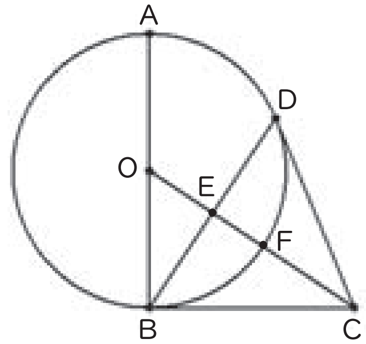


図１

（１）線分 OC の長さを求めなさい。

（２）線分 BD の長さを求めなさい。

（３）△EBO ∽ △ECD を示しなさい。

（４）線分 EF の長さを求めなさい。

（５）図２のように，直線 BC と直線 OD の交点を G とするとき，

線分 GB の長さを求めなさい。

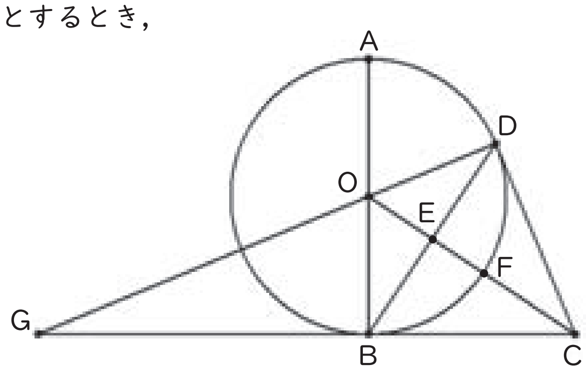


図２