

令和元年度中学生チャレンジテスト

第3学年 数学

注 意

- 1 調査問題は、1 ページから 18 ページまであります。先生の合図があるまで、調査問題を開かないでください。
- 2 解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。
- 3 解答は、HBまたはBの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い、濃く、はっきりと書いてください。また、消すときは消しゴムできれいに消してください。
- 4 解答を**選択肢**から選ぶ問題は、解答用紙の**マーク欄**を黒く塗りつぶしてください。
- 5 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。
また、解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 6 解答用紙は、オモテ、ウラがあります。
- 7 解答用紙の〔生徒記入欄〕に、組、出席番号を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 8 調査時間は 45 分です。

下に、生徒アンケートが 2 問あります。先生の指示に従って、調査開始前に取り組んでください。アンケートの回答は解答用紙のアンケート欄のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。

アンケート

次のアンケートを読んで、当てはまるものを一つずつ選びなさい。

当てはまる	どちらかといえば、当てはまる	どちらかといえば、当てはまらない	当てはまらない
-------	----------------	------------------	---------

- (1) 数学の授業の内容はよく分かる。…………… ① — ② — ③ — ④
- (2) 数学の授業で公式やきまりを習うとき、そのわけを理解するよう
にしている。…………… ① — ② — ③ — ④

問題は、次のページから始まります。

1 次の問いに答えなさい。

(1) $7 - 6 \times (-2)$ を計算しなさい。

(2) $x = 2, y = 3$ のとき、式 $2(x - 3y) - (x + 5y)$ の値^{あたい}を求めなさい。

(3) $(12a^2 - 3a) \div 3a$ を計算しなさい。

(4) 等式 $x + 2y = 4$ を y について解いた式として正しいものを、次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア $y = -\frac{1}{2}x + 2$

イ $y = -\frac{1}{2}x + 4$

ウ $y = \frac{1}{2}x + 2$

エ $y = \frac{1}{2}x + 4$

2 次の問いに答えなさい。

(1) x についての方程式 $3x + a - 1 = -x + 3$ の解が 4 であるとき、 a の値を求めなさい。

(2) 連立方程式
$$\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$
 を解きなさい。

(3) 次の【問題】について考えます。

【問題】

<p>㊦は、洋菓子店^{がし}で買い物をしたときのレシートです。</p> <p>ケーキとシュークリームとプリンを買いましたが、レシートの一部が汚れてしまい、ケーキとシュークリームをそれぞれ何個買ったのか読み取ることができません。</p> <p>買ったケーキの個数とシュークリームの個数をそれぞれ求めなさい。</p>	<p>㊦</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p style="text-align: center;">○○○洋菓子店 2019年△△月◇◇日</p> <p>ケーキ 1個(税込) 378 × 個</p> <p>シュークリーム 1個(税込) 162 × 個</p> <p>プリン 1個(税込) 108 × 8 個</p> <p>お買い上げ総数 27 個</p> <p>合計(税込) 5670 円</p> <p>お預かり 5700 円</p> <p>おつり 30 円</p> </div>
---	--

この【問題】を解くために、買ったケーキの個数を x 個、シュークリームの個数を y 個として、連立方程式をつくります。

次の ① にあてはまる数として正しいものを、【A】のア～エから、
② にあてはまる式として正しいものを、【B】のア～エからそれぞれ
1つ選びなさい。

$$\begin{cases} x + y = \text{①} \\ \text{②} \end{cases}$$

【A】

- | | | | |
|-----|------|------|------|
| ア 8 | イ 19 | ウ 27 | エ 30 |
|-----|------|------|------|

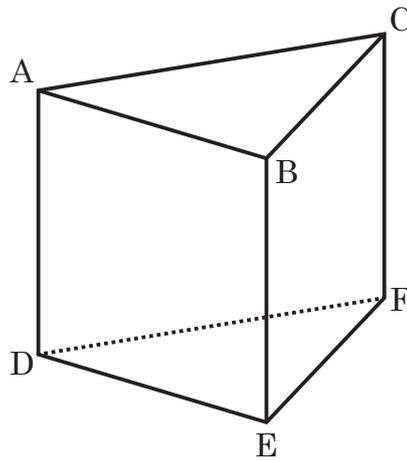
【B】

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| ア $378x + 162y = 5700$ | イ $378x + 162y = 5670$ |
| ウ $378x + 162y + 864 = 5700$ | エ $378x + 162y + 864 = 5670$ |

3 次の問いに答えなさい。

- (1) 図1の立体 $ABC - DEF$ は三角柱で、側面の四角形はすべて長方形です。三角柱 $ABC - DEF$ において、辺 AB とねじれの位置にある辺はいくつありますか。あとのア～エから1つ選びなさい。

図1



ア 1つ

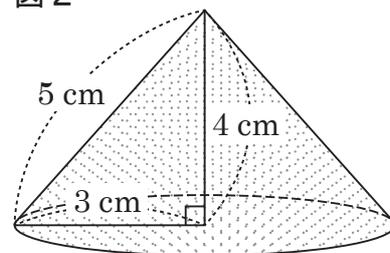
イ 2つ

ウ 3つ

エ 4つ

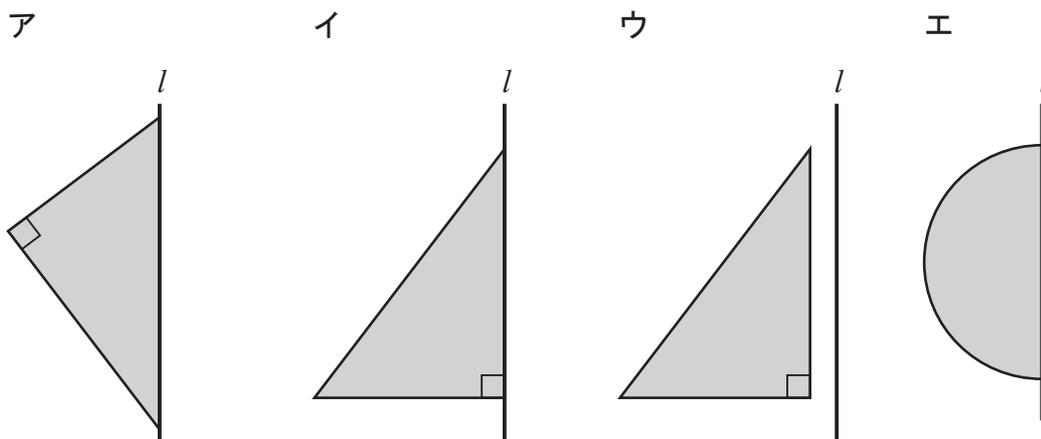
- (2) 図2は、底面の半径が3 cmで、高さが4 cm、母線の長さが5 cmの円錐の見取図です。次の問いに答えなさい。

図2



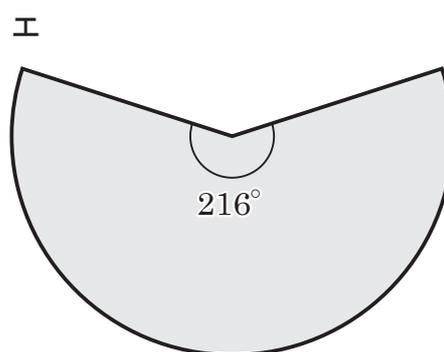
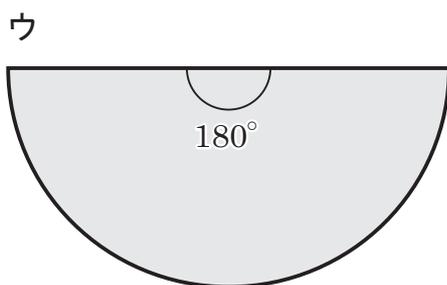
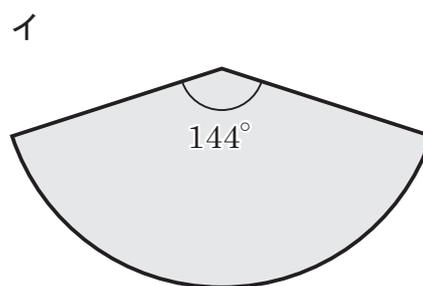
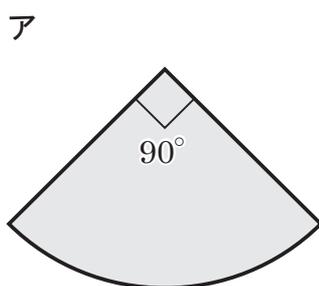
- ① 円錐は、ある平面図形を直線のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。

直線 l を回転の軸として1回転させたとき、この円錐ができる図形が次のア～エの中にあります。それを1つ選びなさい。



[直線 l は、ア・イでは三角形の1辺を、エでは直径をそれぞれふくんでいます]

- ② 次のア～エの中に、図2の円錐の展開図で側面になるおうぎ形があります。正しいものをア～エから1つ選びなさい。



- (3) 図3は、3辺の長さが2 cm、3 cm、6 cmの直方体の見取図です。図4はこの直方体から、この直方体の3つの頂点を通る平面で三角錐を切り取った立体の見取図です。あとの問いに答えなさい。

図3

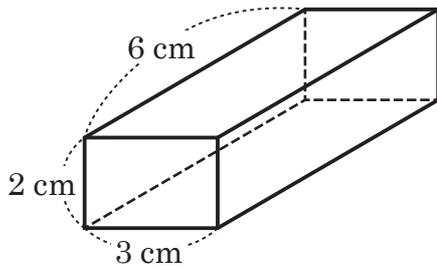
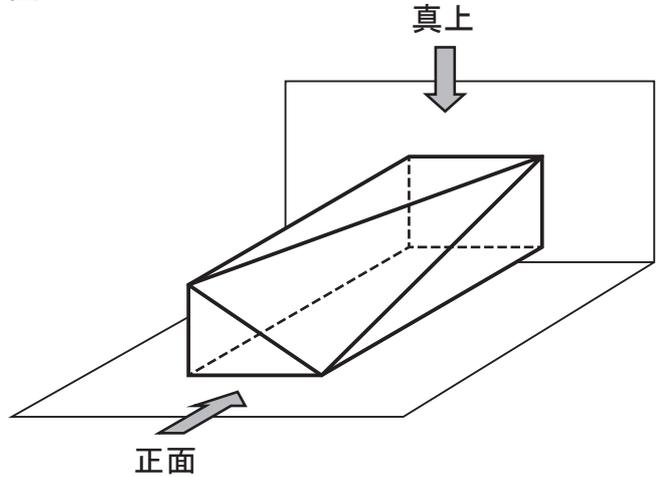
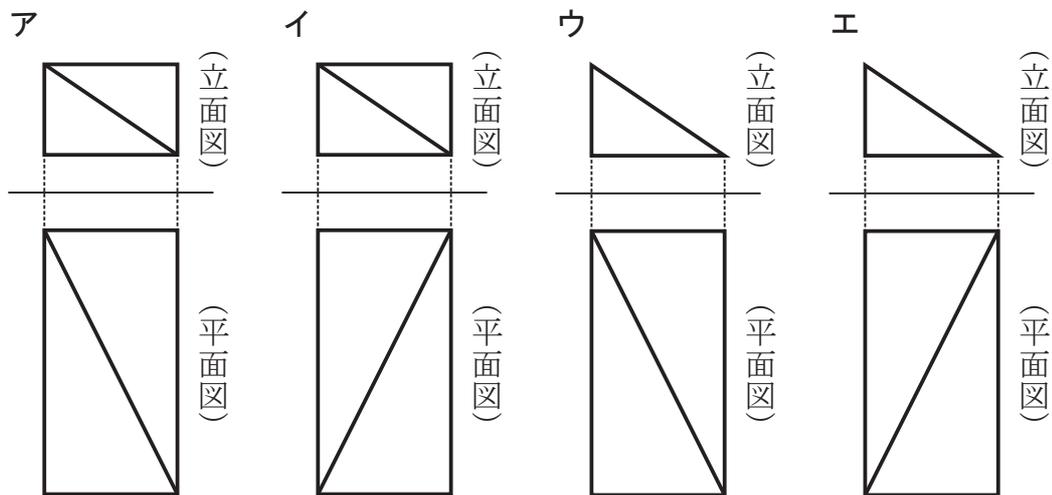


図4



- ① 図4の立体の投影図が、次のア～エの中にあります。それを1つ選びなさい。

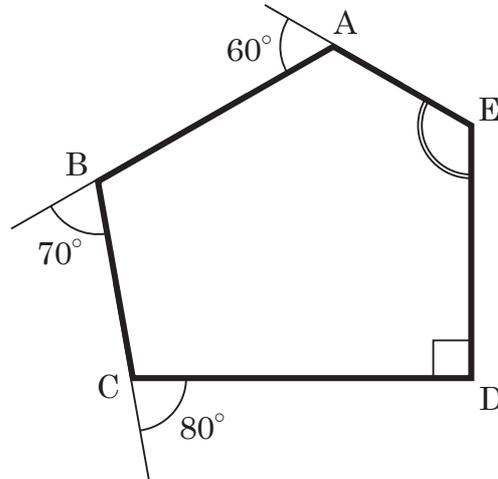


- ② 図4の立体の体積として正しいものを、次のア～エから1つ選びなさい。

ア 12 cm^3 イ 18 cm^3 ウ 24 cm^3 エ 30 cm^3

- (4) 図5の五角形ABCDEにおいて、頂点A, B, Cにおける外角の大きさはそれぞれ 60° , 70° , 80° であり、頂点Dにおける内角の大きさは 90° です。このとき、頂点Eにおける内角の大きさを求めなさい。

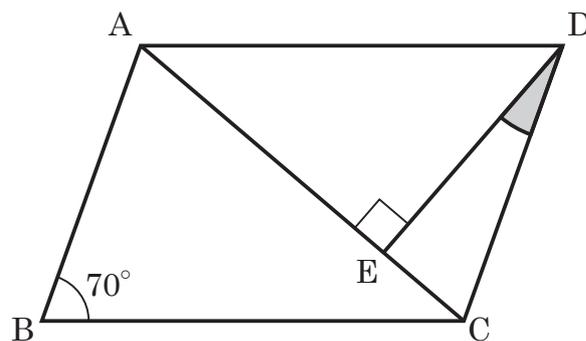
図5



- (5) 図6の四角形ABCDは平行四辺形です。四角形ABCDの1つの対角線AC上に2点A, Cと異なる点Eをとり、点Dと点Eを結びます。

$CA = CB$, $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle AED = 90^\circ$ のとき、 $\angle CDE$ () の大きさを求めなさい。

図6



4 次の問いに答えなさい。

(1) 比例 $y = 3x$ において、 x の値が 2 から 6 まで増加するときの y の増加量として正しいものを、次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア 3

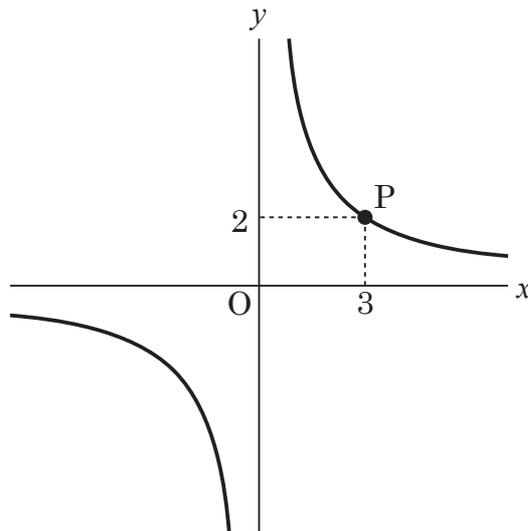
イ 4

ウ 12

エ 18

(2) 図 1 は、反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフで、点 $P(3, 2)$ を通ります。このとき、 a の値を求めなさい。

図 1

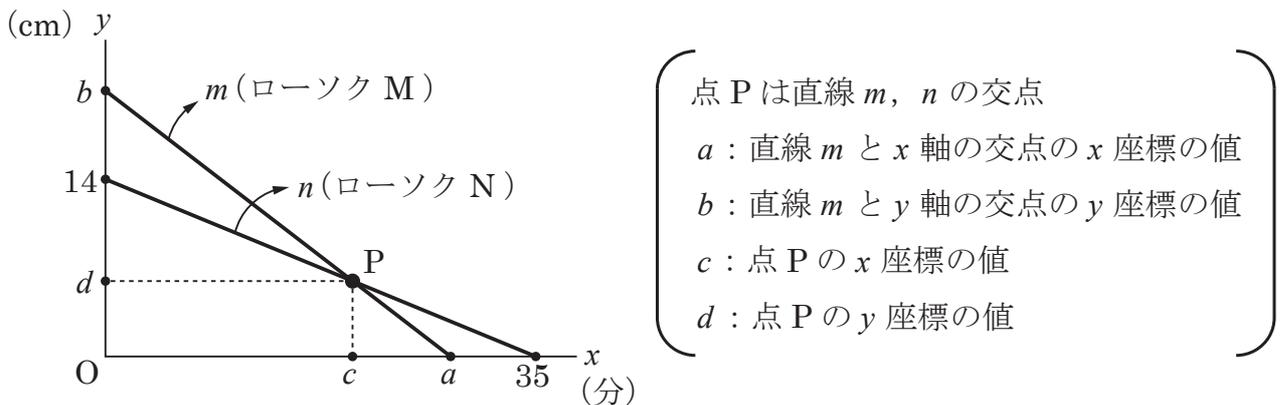


- (3) 火をつけると、それぞれ一定の割合で短くなる 2 本のローソク M, N があります。この 2 本のローソクに同時に火をつけ、 x 分後のローソクの長さを y cm とし、 x と y の関係をグラフに表すと、それぞれ図 2 の直線 m , n になりました。

直線 m の式は $y = -\frac{3}{4}x + 21$ であることがわかっています。

ローソク N は、火をつける前の長さは 14 cm ですが、火をつけてから 35 分後に燃え尽き、長さが 0 cm になりました。あとの①～③の問いに答えなさい。

図 2



- ① ローソク M の火をつける前の長さは何 cm ですか。次のア～エから正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 14 cm イ 21 cm ウ 28 cm エ 35 cm

- ② ローソク N の長さが 8 cm になるのは火をつけてから何分後ですか。次のア～エから正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 15 分後 イ 20 分後 ウ 25 分後 エ 28 分後

- ③ 「ローソク M とローソク N の長さが同じになったのは、同時に火をつけてから何分後か」を求めるための方法を次の【考え方】にまとめました。

【考え方】の中の ア には、図 2 の $a \sim d$ からあてはまる記号を 1 つ選び、また、 イ には適切な言葉を書き入れ、【考え方】を完成しなさい。

【考え方】

ローソク M とローソク N の長さが同じになった時間は、図 2 の ア の値が表している。

その値を求めるには、

イ

をつくり、それを解けばよい。

5 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つのさいころ A, B を同時に 1 回投げるとき, A のさいころの出る目の数を a , B のさいころの出る目の数を b とします。

表 1 は, $a + b$ の値^{あたい}について表したものの一部です。例えば, 表 1 の右下の 9 は, a が 3, b が 6 のとき, $a + b = 9$ となることを表しています。

さいころ A, B を同時に投げるとき, $a + b$ の値が 9 以上となる確率を求めなさい。

ただし, 2つのさいころはともに, 1 から 6 までのどの目の数が出ることも同様に確からしいものとしします。

表 1

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9

- (2) ある中学校のクラスの生徒 25 人のハンドボール投げの記録を調べました。メモは, 調べた記録を小さい方から 10 番目まで, 順に並べて書いたものです。

また, 表 2 は調べた 25 人の記録を度数分布表に整理したものです。表 2 の度数分布表をもとに, あとの①~④の問いに答えなさい。

メモ

ハンドボール投げの記録 (m)				
8	8	9	9	9
10	11	13	14	15

表 2

階級 (m)	度数 (人)
以上 未満	
5 ~ 10	5
10 ~ 15	X
15 ~ 20	Y
20 ~ 25	5
25 ~ 30	7
30 ~ 35	2
計	25

① 表 2 の階級の幅として正しいものを，次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア 0.5 m イ 1 m ウ 5 m エ 10 m

② 表 2 の，X にあてはまる数を求めなさい。

③ 表 2 において，記録が 30 m 以上 35 m 未満の階級の相対度数を小数第 2 位まで求めなさい。

④ 調べた生徒 25 人の記録から，平均値は 19.6 m であることがわかっています。また，中央値は，表 2 からその値が入っている階級がわかります。このとき，この平均値と中央値，表 2 で求められる最頻値さいひんちの大小関係を正しく表したものを，次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア 最頻値 < 平均値 < 中央値

イ 中央値 < 平均値 < 最頻値

ウ 平均値 < 中央値 < 最頻値

エ 平均値 < 最頻値 < 中央値

6 りかさんとさとるさんの2人は、次の【課題】について話し合っており、取り組んでいます。

図1のように、同じ長さのマッチ棒を使って、正方形を縦・横につないだ形をつくれます。このとき必要なマッチ棒の合計の本数を考えます。

ここでは、縦方向に a 本、横方向に b 本のときのマッチ棒の合計の本数を、 $\langle a, b \rangle$ で表すこととします。例えば、図2は $a = 2, b = 4$ のときを示しており、 $\langle 2, 4 \rangle = 22$ となります。

図1

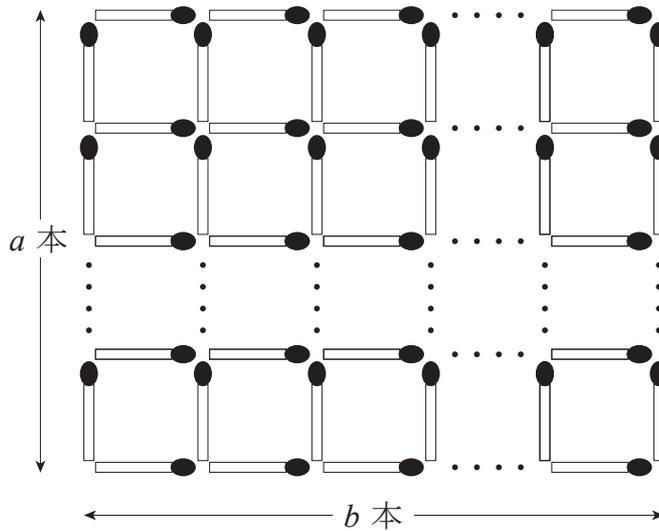
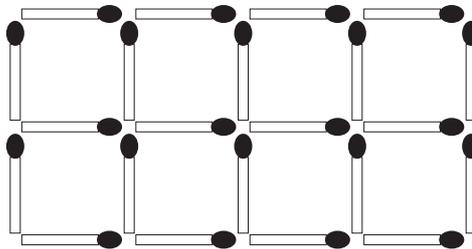


図2

$$\langle 2, 4 \rangle = 22$$



このとき、 $\langle a, b \rangle$ を、 a, b の文字を使った式で表しなさい。

次の【会話】は、2人が話し合った内容の一部です。

【会話】

りかさん : 図2をみれば、マッチ棒の並び方がどのようになっているかがわかるね。例えば、 $\langle 2, 4 \rangle$ なら縦方向に2本、横方向に4本だから、縦に並んでいるマッチ棒が10本、横に並んでいるマッチ棒が12本で合計22本となり、 $\langle 2, 4 \rangle = 22$ となるわけね。

さとるさん : そうだね。すると、例えば、 $\langle 3, 4 \rangle$ なら、縦に並んでいるマッチ棒と横に並んでいるマッチ棒の本数をたすと、 $\langle 3, 4 \rangle =$ となるよ。

りかさん : では次に、同じように考えて、 $\langle a, b \rangle$ について考えようよ。考え方のポイントは、縦に並んでいるマッチ棒と横に並んでいるマッチ棒に分けて考えることね。

さとるさん : そうだね。縦方向の a 、横方向の b を使うことで、縦に並んでいるマッチ棒の本数を a 、 b を使った式で表すことができるよ。

りかさん : 同じように、横に並んでいるマッチ棒の本数も a 、 b を使って式で表すのね。

さとるさん : そして、この2つの式をたすといいんだ。

りかさん : できたね。 $\langle a, b \rangle =$ となるよ。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 【会話】の中の に、あてはまる^{あた}値を求めなさい。

(2) 【会話】の中の にあてはまる文字式を書きなさい。

また、その式をどのように導いたか説明しなさい。ただし説明には、縦に並んでいるマッチ棒と横に並んでいるマッチ棒のそれぞれの本数を a 、 b を使った式で表し、それを用いて書きなさい。

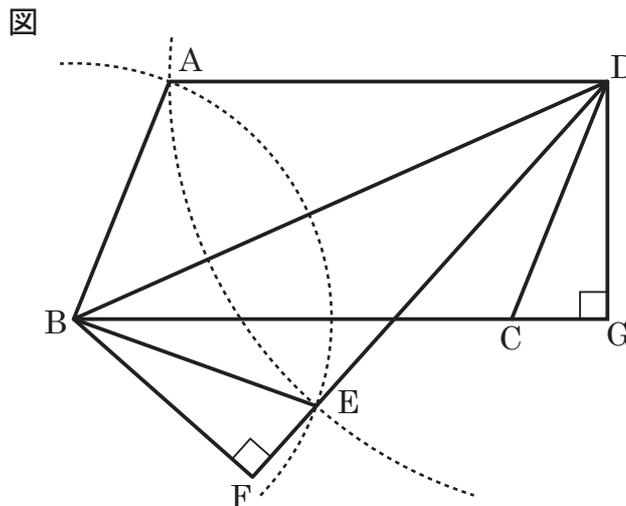
- 7 図のように、手順1、手順2に従って $\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ 、 $\triangle BFE$ と $\triangle DGC$ をつくります。このとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ 、 $\triangle BFE \equiv \triangle DGC$ が成り立ちます。あとの(1)、(2)の問いに答えなさい。

手順1

$\angle ABC < 90^\circ$ 、 $AB < AD$ の平行四辺形 $ABCD$ に対角線 BD をひき、頂点 B を中心とした半径 BA の円と、頂点 D を中心とした半径 DA の円の2つの交点のうち点 A ではない方を点 E とします。つづいて、点 E と点 D 、 B をそれぞれ直線で結びます。

手順2

$\triangle EBD$ の辺 DE を延長した直線に点 B から垂線をひき、その交点を F 、辺 BC を延長した直線に点 D から垂線をひき、その交点を G とします。



- (1) $\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ が合同となる根拠が手順1の中に示されています。
 $\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ において、手順1で示された根拠で、「 BD が共通」のほかにもどのようなことから、 $\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ が合同であるといえるのですか。次のア～エから正しいものを1つ選びなさい。

- ア $BA = BE$, $DA = DE$
- イ $BA = BE$, $\angle ABD = \angle EBD$
- ウ $DA = DE$, $\angle ADB = \angle EDB$
- エ $\angle ABD = \angle EBD$, $\angle ADB = \angle EDB$

(2) $\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ が合同であることと手順 2 から、 $\triangle BFE \equiv \triangle DGC$ を証明しました。

証明の中の の、ア，イ，ウ には①～⑩の中からそれぞれ 1 つを選び、また、エ には三角形の合同条件を書き入れて証明を完成しなさい。

証明

$\triangle BFE$ と $\triangle DGC$ において、

$BF \perp DF$ ， $DG \perp BG$ より、

$$\angle BFE = \angle DGC = 90^\circ \quad \dots\dots ①$$

四角形 ABCD は平行四辺形だから、

$$AB = DC \quad \dots\dots ②$$

$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ より、

$$BA = BE \quad \dots\dots ③$$

②，③より、

$$BE = DC \quad \dots\dots ④$$

四角形 ABCD は平行四辺形だから、

$$\angle DAB = \angle DCB \quad \dots\dots ⑤$$

$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ だから、

$$\angle DAB = \angle DEB \quad \dots\dots ⑥$$

⑤，⑥より、

$$\angle DEB = \angle DCB \quad \dots\dots ⑦$$

また、

$$\angle BEF = 180^\circ - \angle DEB \quad \dots\dots ⑧$$

$$\angle DCG = 180^\circ - \angle DCB \quad \dots\dots ⑨$$

⑦，⑧，⑨より、

$$\angle BEF = \angle DCG \quad \dots\dots ⑩$$

ア，イ，ウ より、

エ

よって、 $\triangle BFE \equiv \triangle DGC$

8 ちはるさんとひとみさんは、駅から歩いてくるあきらさんを迎えに行くため、学校の校門前で集合しました。ちはるさんは徒歩で、ひとみさんは途中の店で買い物をするために自転車で、それぞれ行くことにしました。

2人同時に学校の校門前を出発したのですが、ちはるさんの方が先にあきらさんと出会いました。2人がひとみさんをその場で待っていると、ちょうど2分後に、ひとみさんが到着しました。

学校、店、駅は、図1のように一本道に沿ってあり、あきらさんはこの道を駅から学校に向かって歩いています。ただし、ちはるさんの歩く速さとひとみさんの自転車の進む速さはそれぞれ常に一定です。

図1

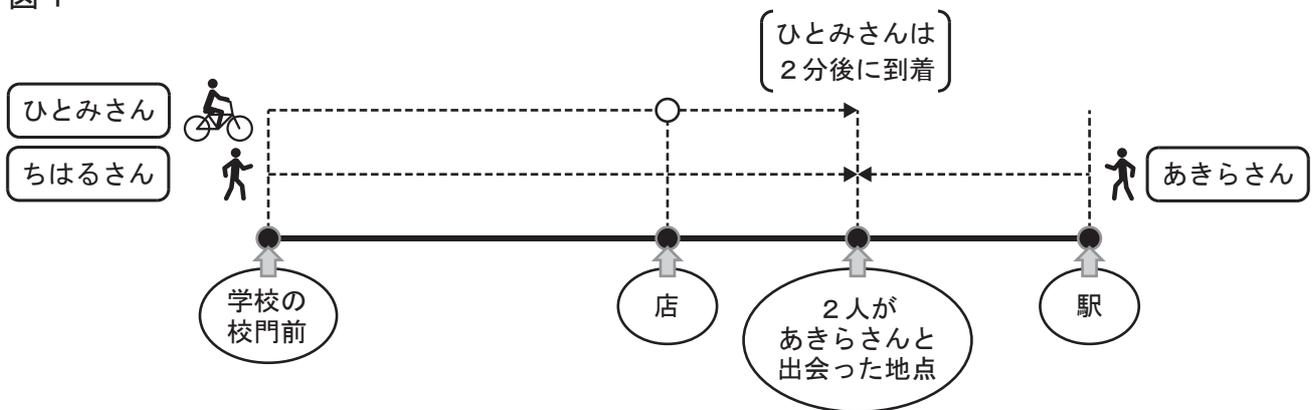
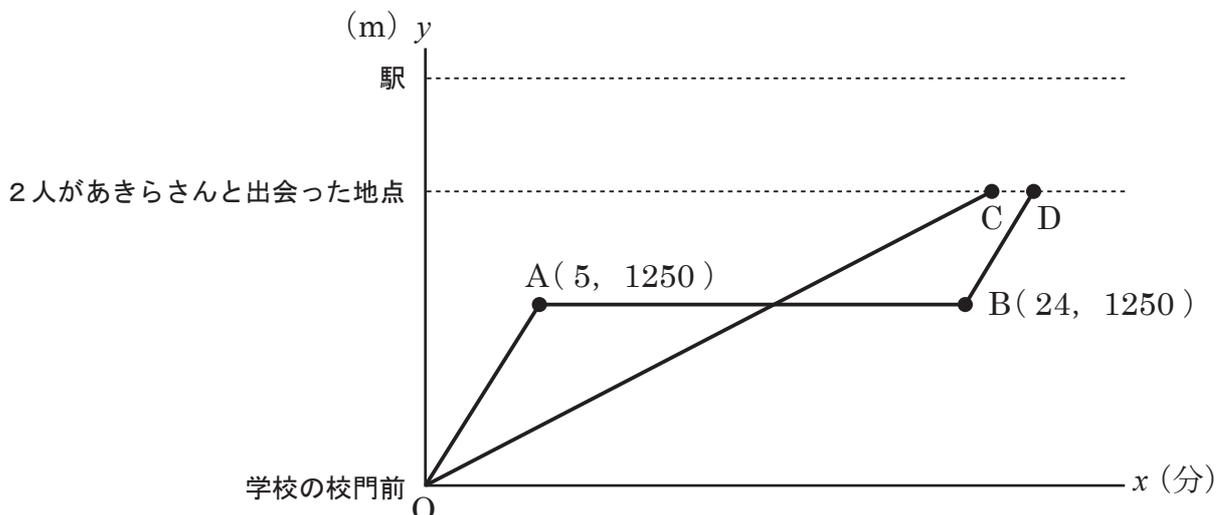


図2は、ちはるさんとひとみさんについて、学校の校門前を出発してから2人があきらさんと出会った地点に着くまでの時間 x (分) と学校の校門前から2人が進んだ距離 y (m) の関係を表したグラフです。グラフ上の点 C, D は、2人がそれぞれあきらさんと出会った時間と距離を示しています。

また、グラフ上の点 A, B の座標はそれぞれ $A(5, 1250)$, $B(24, 1250)$ です。あとの(1)~(4)の問いに答えなさい。

図2



(1) ひとみさんが買い物をした店は、学校の校門前から何 m の地点にありますか、**図 2** から求めなさい。

(2) ひとみさんが買い物のために店にいた時間は何分間ですか、**図 2** から求めなさい。

(3) ちはるさんの歩く速さが毎分 $80 m$ のとき、ちはるさんが学校の校門前を出発してからあきらさんと出会う地点に着くまでにかかった時間を t 分とするとき、 t の値を求めなさい。

(4) ひとみさんは、あきらさんの歩く速さがもう少し遅ければ、3人同時に会うことができたのではないかと考えました。

3人が同時に会うと考えられる地点の、学校の校門前からの距離を示す値を p とするとき、 p を解答用紙の**図 2** に示しなさい。ただし、 p を示すために使った線は消さないで残しておくこと。

