令和元年度中学生チャレンジテスト

第２学年

数学

注　意

1　調査問題は，1 ページから 18 ページまであります。先生の合図があるまで，調査問題を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。

3　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い，**濃く，はっきり**と書いてください。また，消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。
また，解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は，オモテ，ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に，組，出席番号を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　調査時間は 45 分です。

問題は，次のページから始まります。

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1)　$(2x+3y)-2(x-2y)$ を計算しなさい。

(2)　$12a^2b \div 3a$ を計算しなさい。

(3)　等式　$2y - x = 1$　を y について解いた等式として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア　$y = \dfrac{x + 1}{2}$

イ　$y = \dfrac{-x + 1}{2}$

ウ　$y = \dfrac{x}{2} + 1$

エ　$y = x + \dfrac{1}{2}$

(4)　$x = -3$，$y = 2$　のとき，$-x^2 + y$　の式の値を求めなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1) 二元一次方程式 $x + y = 4$ の解について，次の**ア**～**エ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア $x + y = 4$ の解はない。

イ $x = 2,\ y = 2$ だけが，$x + y = 4$ の解である。

ウ $x + y = 4$ を成り立たせる整数 x，y の値(あたい)の組だけが，$x + y = 4$ の解である。

エ $x + y = 4$ を成り立たせる x，y の値の組のすべてが，$x + y = 4$ の解である。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ y = x - 4 \end{cases}$ を解きなさい。

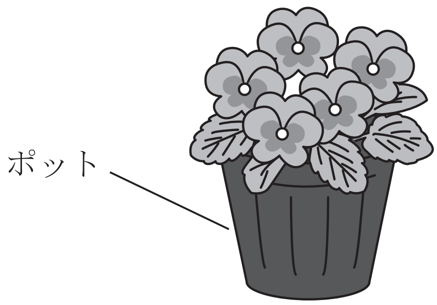
(3)　環境係で校庭の花壇にビオラとパンジーの花の苗を植えることになりました。

環境係のさくらさんが，苗の値段を調べるためにホームセンターに出かけると，ビオラとパンジーの花の苗はそれぞれポットと呼ばれる容器に入れられ，ポット1個単位，それぞれ税込の値段で売られていました。

環境係としては，ビオラとパンジーを合わせて70個のポットを4000円ちょうどで購入したいと希望していました。

そこで，さくらさんは，ビオラのポットをx個，パンジーのポットをy個購入するとして，購入したいポットの個数とポット1個あたりの値段，希望する購入金額の数量をもとに，次のような連立方程式をつくって解いたところ，希望通りのビオラとパンジーのポットの個数を購入できることがわかりました。

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 50x + 60y = 4000 \end{cases}$$



この連立方程式について，次の①，②の問いに答えなさい。

①　次の**ア**〜**エ**の中に，パンジーのポット1個あたりの値段があります。正しいものを**ア**〜**エ**から1つ選びなさい。

ア　40円

イ　50円

ウ　60円

エ　70円

②　次の**ア**〜**エ**の中に，さくらさんがつくった連立方程式を解いて求めたビオラとパンジーのポットの個数の組み合わせがあります。正しいものを**ア**〜**エ**から1つ選びなさい。

ア　ビオラのポット10個，パンジーのポット60個

イ　ビオラのポット20個，パンジーのポット50個

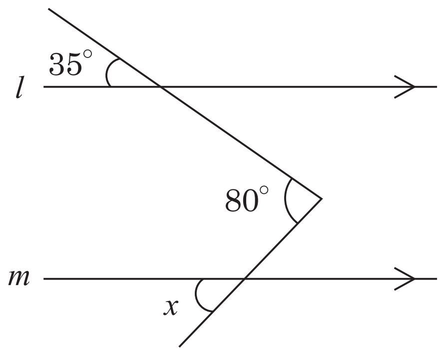
ウ　ビオラのポット30個，パンジーのポット40個

エ　ビオラのポット50個，パンジーのポット60個

3 次の問いに答えなさい。

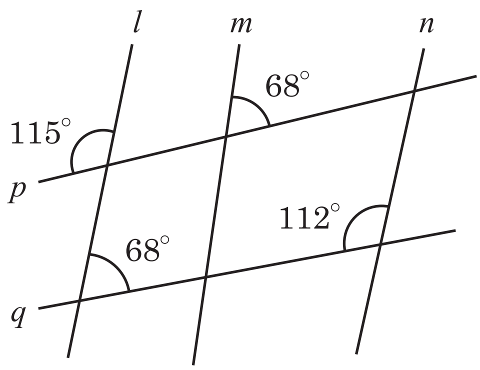
(1) **図１**で，直線 l，m は平行です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図１



(2) ３本の直線 l，m，n に2本の直線 p，q が交わっている**図２**において，平行な2直線の組をあとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

図２



ア l と m

イ m と n

ウ l と n

エ p と q

(3)　**図３**の五角形 ABCDP の頂点 P における外角は 55° です。**図４**の四角形 ABCP は，五角形 ABCDP の頂点 P を頂点 D 上まで動かした図形です。
あとの①，②の問いに答えなさい。

図３

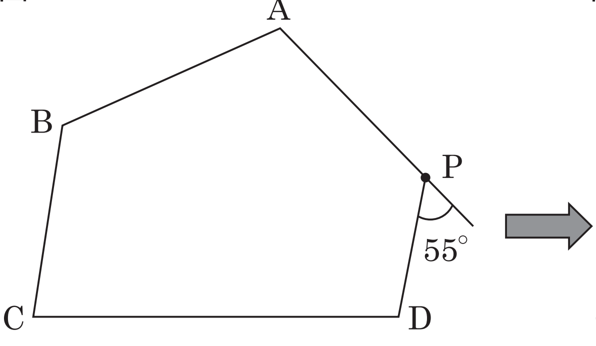
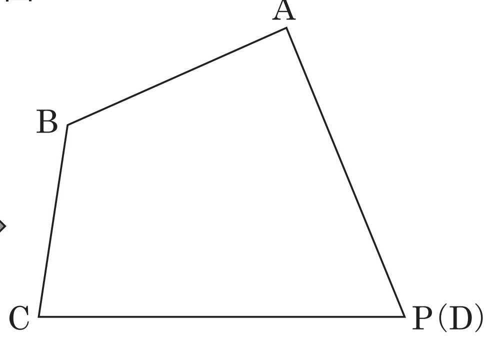


図４



①　五角形 ABCDP の頂点 P における内角の大きさを求めなさい。

②　四角形 ABCP の外角の和と五角形 ABCDP の外角の和を比べるとどうなりますか。次の**ア**～**オ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア　四角形 ABCP の外角の和の方が五角形 ABCDP の外角の和より 55° 小さい。

イ　四角形 ABCP の外角の和の方が五角形 ABCDP の外角の和より 90° 小さい。

ウ　四角形 ABCP の外角の和の方が五角形 ABCDP の外角の和より 180° 小さい。

エ　四角形 ABCP の外角の和と五角形 ABCDP の外角の和は等しい。

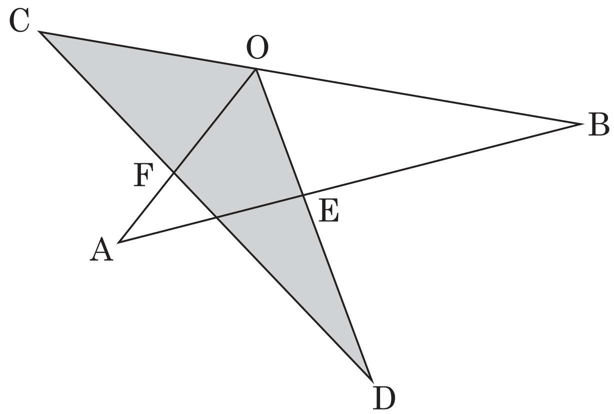
オ　四角形 ABCP の外角の和と五角形 ABCDP の外角の和は，問題の条件だけでは比べられない。

(4)　**図５**の △ OAB は ∠ AOB ＝ 120°，OA ＝ 2 cm，OB ＝ 3 cm の三角形です。

△ OCD は，点 O を回転の中心にして，点 B，O，C が一直線上になるように △ OAB を時計回りに回転移動させた三角形です。

図５のように，線分 AB と線分 OD の交点を点 E，線分 OA と線分 CD の交点を点 F とするとき，あとの**ア**～**エ**から正しいものを 1 つ選びなさい。

図５



ア　△ OCF ≡ △ OBE

イ　△ OEB ≡ △ OFD

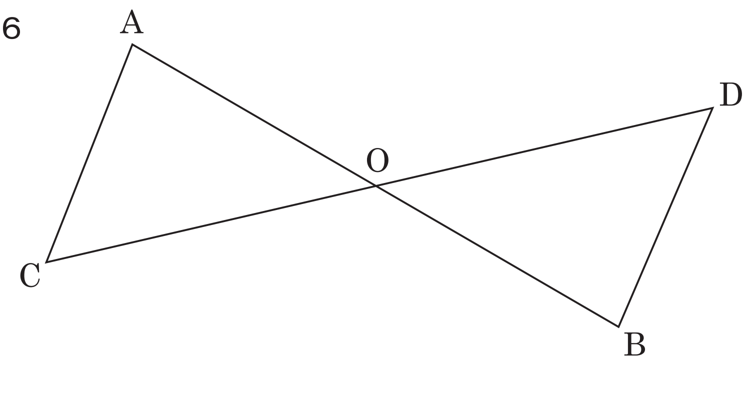
ウ　△ OCD ≡ △ OEB

エ　△ OAE ≡ △ OBE

(5)　**図６**のように，線分 AB と線分 CD がそれぞれの中点 O で交わっているとき，次のことがらが成り立ちます。

「AO ＝ BO，CO ＝ DO ならば ∠ OAC ＝ ∠ OBD である。」

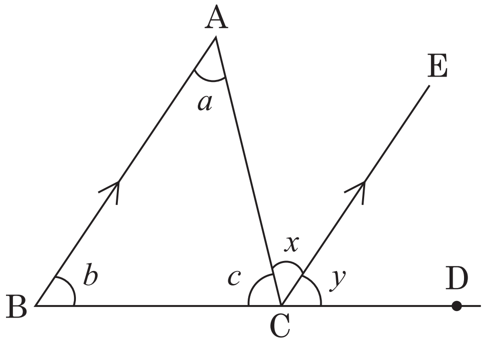
図６



上のことがら，「AO ＝ BO，CO ＝ DO ならば ∠ OAC ＝ ∠ OBD である。」の中で，仮定にあたる部分をすべて書きなさい。

(6) 「三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。」ことを**図7**を用いて次のように証明しました。 **あ** ， **い** に，あとの**ア〜オ**から当てはまるものをそれぞれ入れて**証明**を完成しなさい。

図7



証明

△ABCの辺BCを延長した直線上の点をDとします。
また，点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひきます。
このとき，平行線の錯角(さっかく)は等しいので，　∠x ＝ ∠ $\boxed{あ}$ ……①
　　　平行線の同位角は等しいので，∠ $\boxed{い}$ ＝ ∠b ……②
①，②から
$$\angle x + \angle y = \angle a + \angle b$$
よって，
　三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

ア a

イ b

ウ c

エ x

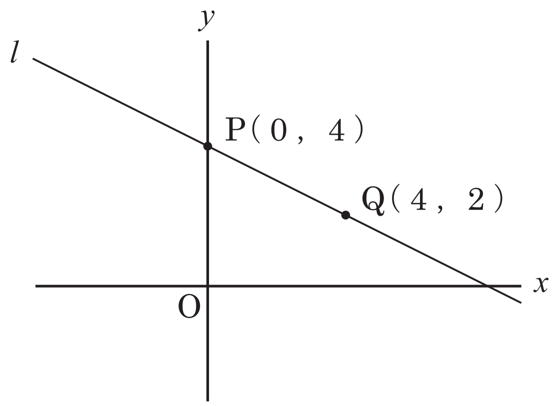
オ y

4 次の問いに答えなさい。

(1)　**図１**の直線 l は一次関数のグラフです。

直線 l が点 P(0 ， 4)，点 Q(4 ， 2) を通るとき，この一次関数のグラフの傾き（かたむ）きを，あとの**ア～オ**から１つ選びなさい。

図１



ア　4　　**イ**　2　　**ウ**　$\frac{1}{2}$　　**エ**　$-\frac{1}{2}$　　**オ**　-2

(2)　**表**は，ある一次関数について，x の値（あたい）とそれに対応する y の値を表しています。

表

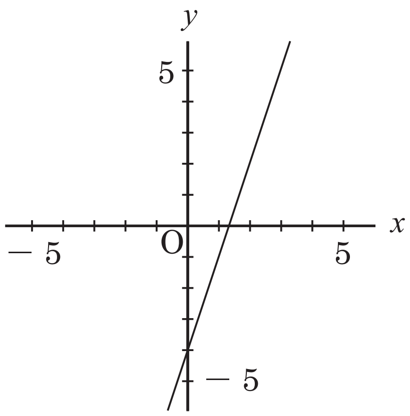
x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-3	-1	1	3	5	7	9	…

次の**ア～エ**の中に，**表**の x と y の関係を表す式があります。正しいものを**ア～エ**から１つ選びなさい。

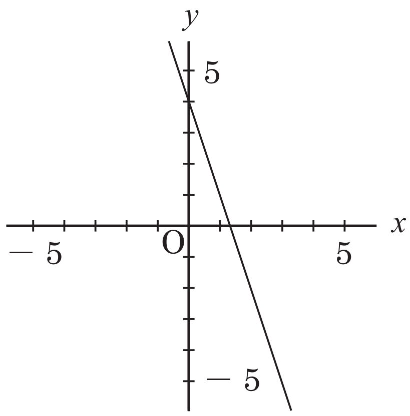
ア　$y = 2x + 3$　　**イ**　$y = 3x + 2$　　**ウ**　$y = 2x$　　**エ**　$y = 5x + 3$

(3)　次の**ア**～**エ**の中に，一次関数 $y = -3x + 4$ のグラフがあります。正しいものを**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

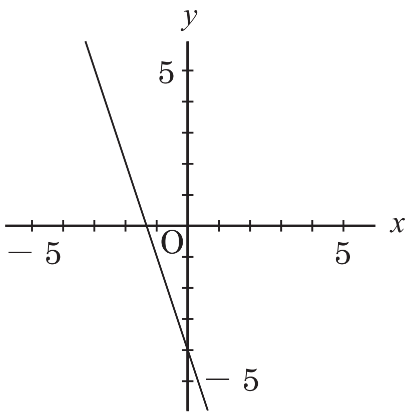
ア



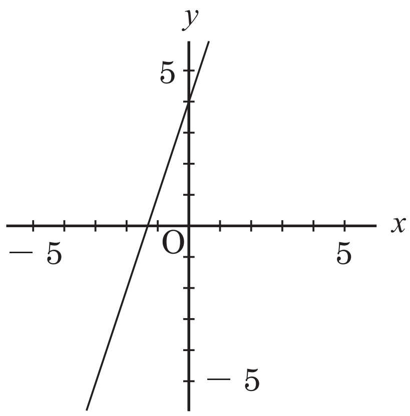
イ



ウ

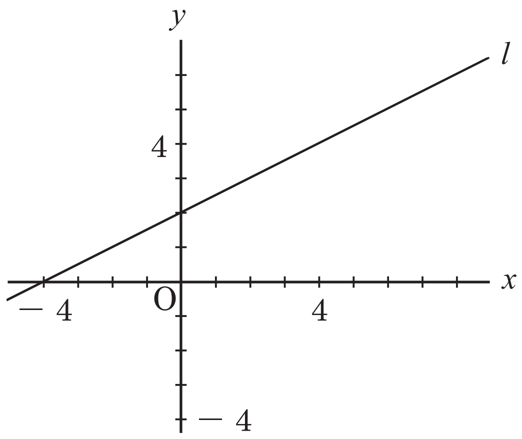


エ



(4)　**図２**の直線 l は，一次関数 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ のグラフです。

図２



x の変域が $2 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域はどのようになりますか。次のそれぞれの $\boxed{}$ に当てはまる数を求めなさい。

$$\boxed{} \leqq y \leqq \boxed{}$$

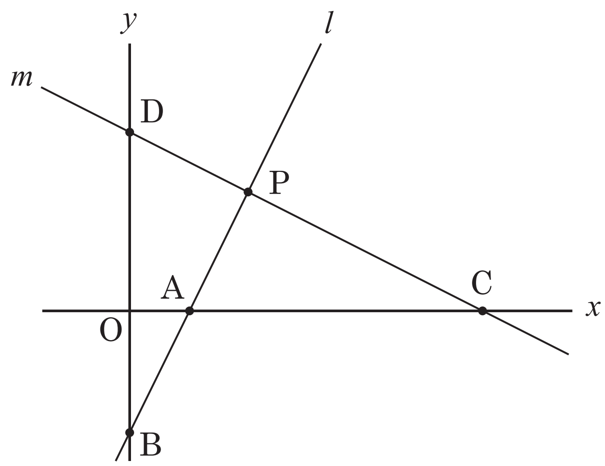
(5)　一次関数 $y=4x-3$ において，x の値(あたい)が１だけ増加したとき，y の増加量を求めなさい。

(6)　**図３**のように，２つの直線 l，m が点 P で交わっています。

直線 l の式は　$y = 2x - 4$，直線 m の傾き(かたむ)きは負です。直線 l と x 軸(じく)，y 軸との交点を，それぞれ A，B とし，直線 m と x 軸，y 軸との交点を，それぞれ C，D とします。

点 P の x 座標が 4，△ PAC の面積と△ OAB の面積の比が 5 : 1 であるとき，直線 m の式を求めなさい。

図３



5 ゆきさんととおるさんは，連続する５つの整数の和がどんな数になるかを**表**をつくって調べています。

表

連続する５つの整数の組み合わせ	連続する５つの整数の和
3，4，5，6，7	$3+4+5+6+7=25$
6，7，8，9，10	$6+7+8+9+10=40$
8，9，10，11，12	$8+9+10+11+12=50$
12，13，14，15，16	$12+13+14+15+16=70$

ゆきさんは，**表**から，次のことを予想しました。

予想

連続する５つの整数の和は５の倍数になる

この**予想**がいつでも成り立つことは，次のように説明できます。

説明

一番小さい整数を n とすると，連続する５つの整数は

n，$n+1$，$\boxed{①}$，$\boxed{②}$，$\boxed{③}$ と表される。

それらの和は

$n+(n+1)+(\boxed{①})+(\boxed{②})+(\boxed{③})$

$=5n+10$

$=5(n+2)$

$n+2$ は整数だから，連続する５つの整数の和は５の倍数である。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) **説明**の中の $\boxed{①}$，$\boxed{②}$，$\boxed{③}$ に当てはまる式を答えなさい。

(2)　とおるさんは**表**と**説明**から，次のことに気がつきました。あとの**ア**～**オ**から $\boxed{\text{④}}$ に当てはまるものを１つ選びなさい。

> **説明**から，連続する５つの整数の和は５の倍数だから，連続する５つの整数の和を５でわった数は，**表**でみると連続する５つの整数のうち，$\boxed{\text{④}}$ になる。

ア　最も小さい数

イ　２番目に小さい数

ウ　中央の数

エ　２番目に大きい数

オ　最も大きい数

(3)　連続する５つの整数の和が 100 であるとき，連続する５つの整数のうち，最も大きい整数を次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア　19

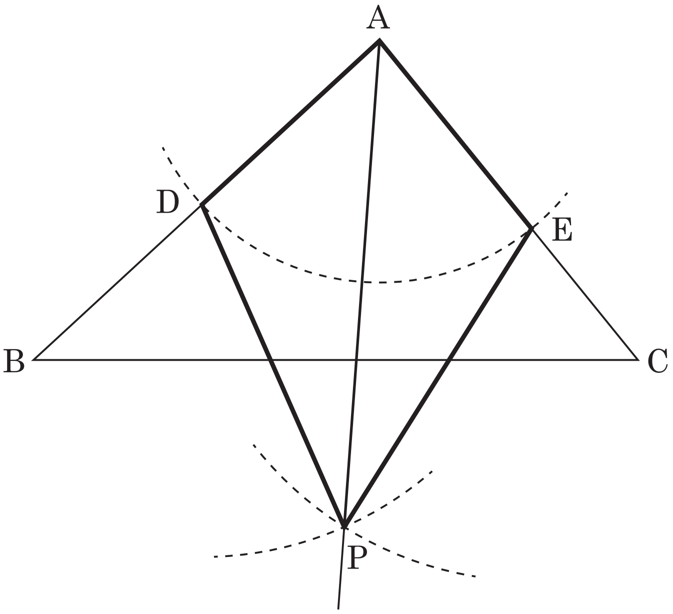
イ　20

ウ　21

エ　22

$\boxed{6}$ 図1のように，△ABC をもとに，あとの手順 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ によって△ADP と△AEP を作図しました。(1)，(2)の問いに答えなさい。

図1



手順 $\boxed{1}$ ：頂点 A を中心として，辺 AB，辺 AC の両方に交わる円をかき，その円と辺 AB，辺 AC との交点をそれぞれ点 D，点 E とする。

手順 $\boxed{2}$ ：点 D，点 E をそれぞれ中心として，互いに交わるように等しい半径の円をかき，その交点の 1 つを点 P とする。

手順 $\boxed{3}$ ：頂点 A と点 P を通る直線をひく。

手順 $\boxed{4}$ ：点 D と点 P，点 E と点 P を結ぶ。

(1)　手順 $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{4}$ で作図された △ ADP と △ AEP が合同であることを次のように証明しました。**仮定**や**証明**の $\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{イ}}$ ， $\boxed{\text{ウ}}$ には当てはまる等式を， $\boxed{\quad\text{エ}\quad}$ には当てはまる合同条件をそれぞれ書き入れ，**仮定**と**証明**を完成しなさい。

仮定

手順 $\boxed{1}$ によって $\boxed{\text{ア}}$
手順 $\boxed{2}$ によって $\boxed{\text{イ}}$

証明

△ ADP と △ AEP において
仮定から，　$\boxed{\text{ア}}$ ……①
　$\boxed{\text{イ}}$ ……②
共通な辺だから，　$\boxed{\text{ウ}}$ ……③
①，②，③より，　$\boxed{\quad\text{エ}\quad}$
よって　△ ADP ≡ △ AEP

(2)　△ ADP ≡ △ AEP から，△ ABC がどんな三角形でも，手順 $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ で作図された直線 AP について，次のことがらが成り立ちます。
$\boxed{\text{あ}}$ には，ことがらが成り立つ根拠（こんきょ）となる式をあとのⅠ群の**ア**〜**ウ**から， $\boxed{\text{い}}$ には，直線 AP を表している記述をあとのⅡ群の**ア**〜**エ**から，それぞれ正しいものを 1 つ選びなさい。

△ ADP ≡ △ AEP から
$\boxed{\quad\text{あ}\quad}$ が成り立つので
直線 AP は $\boxed{\text{い}}$ である。

Ⅰ群
ア　∠ ADP = ∠ AEP
イ　∠ PAD = ∠ PAE
ウ　∠ APD = ∠ APE

Ⅱ群
ア　頂点 A を通り直線 BC に垂直な直線
イ　頂点 A と辺 BC の中点を通る直線
ウ　直線 BC に平行な直線
エ　∠ BAC の二等分線

7 図１のように，BC ＝ 50 cm，CE ＝ 30 cm の長方形を底面とし，AB ＝ 40 cm の直方体の水そうが水平に置かれています。水そうの中には，水そうを区切るための長方形のしきりがあり，側面や底面に垂直に固定されています。しきりの辺のうち，GH ＝ 30 cm であることはわかっています。

水の入っていないこの水そうに，給水口から一定の割合で水を入れます。

水面の高さは，辺 AB 上の**目盛り①**，辺 DC 上の**目盛り②**に水面がふれているところでそれぞれ測るものとし，水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cm とします。

給水口から水を入れると，水は**図１**の矢印の方向から見てしきりの左側に入り始めました。**図２**は，水を入れ始めてから x 分後の水面の高さ y cm を**目盛り①**で測り，その値（あたい）が 40 cm になるまでの x と y の関係を表したグラフです。

水そうとしきりの厚さは考えないものとして，あとの問いに答えなさい。

図１

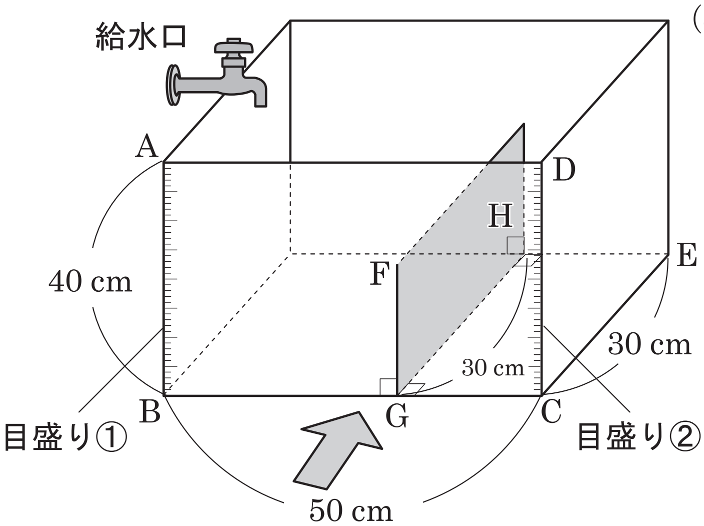
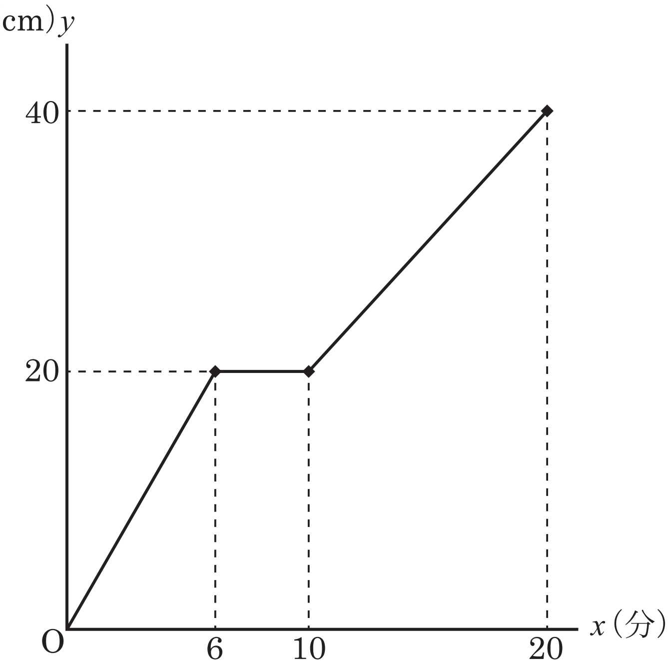


図２



(1)　しきりの辺 FG の長さを求めなさい。

(2)　給水口から，毎分何 cm^3 の割合で水を入れたか求めなさい。

(3)　側面としきりとの間の距離 BG の長さを求めなさい。

(4)　次の**説明**は，**図２**において「水を入れ始めて 6 分後から 10 分後までは，y の値は一定になっている。」ことを，「水そうの中のようす」をもとに説明したものです。

説明の中の $\boxed{}$ に，当てはまる「水そうの中のようす」を表す言葉を書き入れ，**説明**を完成しなさい。

説明

給水口から一定の割合で，水そうに水を入れているが，水を入れ始めて 6 分後から 10 分後までは，$\boxed{}$。

よって，**目盛り①**で測った水面の高さは変化しない。

したがって，y の値は一定となっている。

(5)　水を入れ始めてから，x 分後の水面の高さ y cm を**目盛り②**で測り，その値が 40 cm になるまでの x と y の関係を表したグラフを，解答用紙の**図３**に書きなさい。

（**図３**は**図２**のグラフを‥‥‥で表しています。）

図３