平成 30 年度中学生チャレンジテスト

第 2 学年

数 学

注　意

1　調査問題は，1 ページから 20 ページまであります。先生の合図があるまで，調査問題を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。

3　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（えんぴつ）（シャープペンシルも可）を使い，**濃（こ）く，はっきり**と書いてください。また，消す時は消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢（せんたくし）から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄（らん）を黒く塗（ぬ）りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。
また，解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は，オモテ，ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に，組，出席番号を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　調査時間は 45 分です。

下に，生徒アンケートが 2 問あります。先生の指示に従って，調査開始前に取り組んでください。アンケートの回答は解答用紙のアンケート欄のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。

アンケート

次のアンケートを読んで，当てはまるものを 1 つずつ選びなさい。

当てはまる	どちらかといえば，当てはまる	どちらかといえば，当てはまらない	当てはまらない

(1)　数学の授業の内容はよく分かる。…………　①—②—③—④

(2)　数学の授業で公式やきまりを習うとき，そのわけを理解するようにしている。…………　①—②—③—④

問題は，次のページから始まります。

1 次の問いに答えなさい。

(1)　$(2x + 3y) + 2(x - 2y)$ を計算しなさい。

(2)　$16a^2b \div 4ab$　を計算しなさい。

(3)　$a = 2$，$b = 3$ のとき，式 ab^2 の値（あたい）について，次の**ア**～**エ**から正しいものを1つ選びなさい。

ア　12

イ　18

ウ　25

エ　36

(4)　等式 $2x - y = 1$ を y について解きなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1) 二元一次方程式 $x+y=3$ の解について，次の**ア**～**エ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア $x+y=3$ の解はない。

イ $x=1,\ y=2$ と $x=2,\ y=1$ の２組だけが，$x+y=3$ の解である。

ウ $x+y=3$ を成り立たせる整数 x，y の値(あたい)の組だけが，$x+y=3$ の解である。

エ $x+y=3$ を成り立たせる x，y の値の組のすべてが，$x+y=3$ の解である。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=3 \\ y=x-1 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　次の**問題**について考えます。

問題

> 　よしおさんは，家から 4 km 離(はな)れた図書館に自転車に乗って行きました。よしおさんの家から図書館に行く道の途中にある郵便局までは分速 200 m の速さで，郵便局から図書館までは分速 300 m の速さで走ったところ，よしおさんの家から図書館まで 18 分かかりました。
> 　よしおさんの家から郵便局までの道のりと郵便局から図書館までの道のりを求めなさい。
> 　ただし，自転車はよしおさんの家から図書館まで，それぞれの区間で一定の速さで走り，途中止まらないものとします。

　よしおさんの家から郵便局までのかかった時間を x 分，郵便局から図書館までのかかった時間を y 分として，連立方程式をつくります。

$$\begin{cases} x + y = 18 & \cdots\cdots ① \\ \boxed{} = 4000 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

　①の式は，「よしおさんの家から郵便局までのかかった時間と，郵便局から図書館までのかかった時間の合計」に着目してつくりました。②の式も，**問題**の中のある数量に着目してつくりました。(i)，(ii)の問いに答えなさい。

(i)　②の式で着目した数量を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア　よしおさんの家から郵便局までの自転車の速さと郵便局から図書館までの自転車の速さの合計

イ　よしおさんの家から郵便局までの自転車の速さと郵便局から図書館までの自転車の速さの差

ウ　よしおさんの家から郵便局までの道のりと郵便局から図書館までの道のりの合計

エ　よしおさんの家から郵便局までの道のりと郵便局から図書館までの道のりの差

(ii)　②の式の $\boxed{}$ に当てはまる式を次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア　$200x - 300y$　　　**イ**　$200x + 300y$

ウ　$300x - 200y$　　　**エ**　$300x + 200y$

3 次の問いに答えなさい。

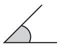
(1) **図１**，**図２**は多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。この２つの図で，それぞれ印を付けた角（  ）の和を比べるとき，どのようなことがいえますか。あとの**ア〜エ**から正しいものを１つ選びなさい。

図１

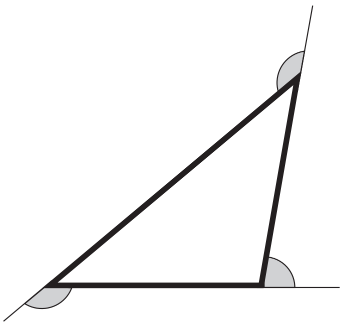
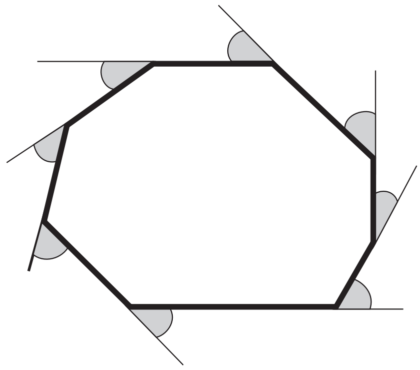


図２



ア　**図１**で印を付けた角の和と，**図２**で印を付けた角の和は等しい。

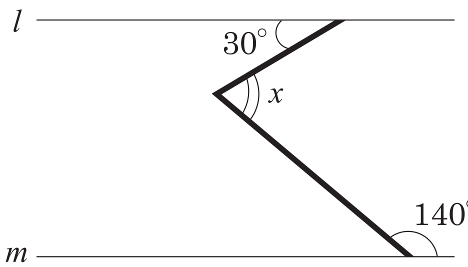
イ　**図１**で印を付けた角の和の方が大きい。

ウ　**図２**で印を付けた角の和の方が大きい。

エ　**図１**で印を付けた角の和と，**図２**で印を付けた角の和のどちらが大きいかは，問題の条件からだけではわからない。

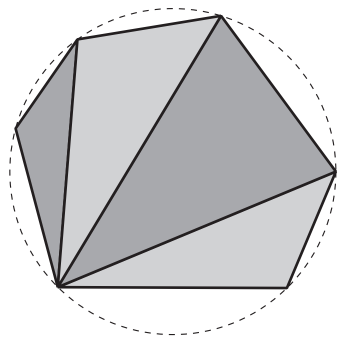
(2) **図３**で，直線 l，m は平行です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図３



(3)　円周上の６つの点を結んだ六角形の内角の和を求めました。

図４



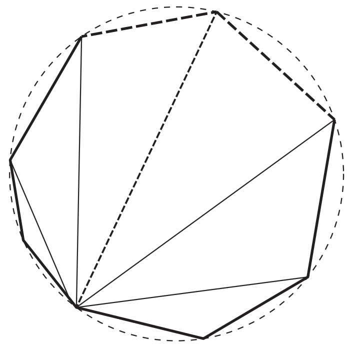
六角形は，**図４**のように，１つの頂点からひいた対角線によって，（６－２）＝４個の三角形に分けることができます。

１つの三角形の内角の和が 180° だから，六角形の内角の和は，

$$180° \times (6 - 2) = 180° \times 4 = 720°$$

で求めることができました。

図５



次に，円周上の n 個の点を結んだ n 角形の内角の和を六角形と同様にして求めようと考えました。

n 角形を，**図５**のように，１つの頂点からひいた対角線によって三角形に分けると，

n 角形の内角の和は，

$$180° \times (n - 2)$$

で求められることがわかりました。

n 角形の内角の和を表す式　$180° \times (n - 2)$　の（$n - 2$）は，n 角形において何を表していますか。次の**ア**～**エ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア　頂点の数

イ　辺の数

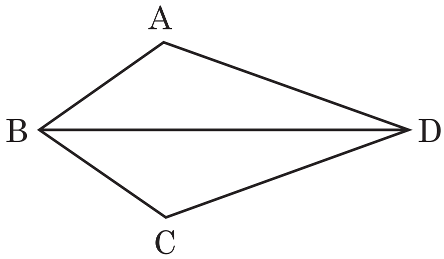
ウ　１つの頂点からひいた対角線の数

エ　１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

(4) **図６**において，

「BA ＝ BC，AD ＝ CD ならば ∠ BAD ＝ ∠ BCD である。」について考えます。

図６



① 下線部の中で，仮定にあたる部分を書きなさい。

② △ ABD と △ CBD の合同を示すことによって，下線部の ∠ BAD ＝ ∠ BCD が証明できます。BA ＝ BC，AD ＝ CD から，△ ABD と △ CBD の合同を示すときに用いる合同条件を次の**ア**〜**ウ**から１つ選びなさい。

ア １組の辺と，その両端(りょうたん)の角がそれぞれ等しい。

イ ２組の辺と，その間の角がそれぞれ等しい。

ウ ３組の辺がそれぞれ等しい。

③ △ ABD と △ CBD の合同を示すと，∠ BAD ＝ ∠ BCD 以外にも新たにわかることがあります。わかることを次の**ア**〜**エ**から**２つ**選びなさい。

ア ∠ ABD ＝ ∠ CBD

イ ∠ ABD ＝ ∠ CDB

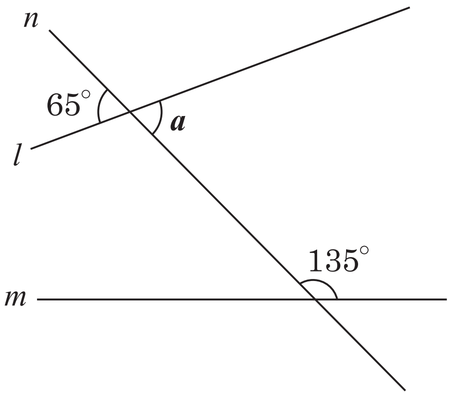
ウ ∠ ADB ＝ ∠ CBD

エ ∠ ADB ＝ ∠ CDB

(5)　**図７**のように，２つの直線 l，m に１つの直線 n が交わっています。

このとき，**∠ $\boldsymbol{a}$ の錯角**（さっかく）の大きさを表す角度について，あとの**ア～エ**から正しいものを１つ選びなさい。

図７



ア　135°

イ　65°

ウ　45°

エ　115°

4 次の問いに答えなさい。

(1) 一次関数 $y = 3x - 1$ のグラフの傾き（かたむ）を求めなさい。

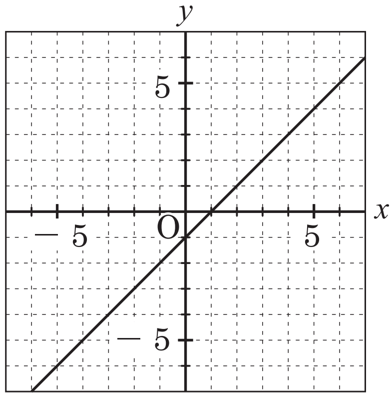
(2) **図１**の直線は，２点（０，－１），（１，０）を通る一次関数のグラフを表しています。

x の変域が $2 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域はどのようになりますか。

次のそれぞれの $\boxed{}$ に当てはまる数を求めなさい。

$$\boxed{} \leqq y \leqq \boxed{}$$

図１



(3)　次の**表**は，ある一次関数について，x の値とそれに対応する y の値を表しています。

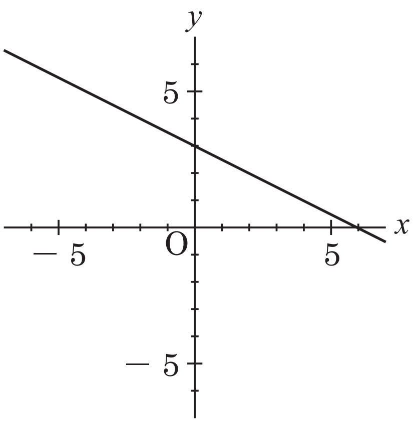
表

x	…	-2	0	2	4	6	8	…
y	…	4	3	2	1	0	-1	…

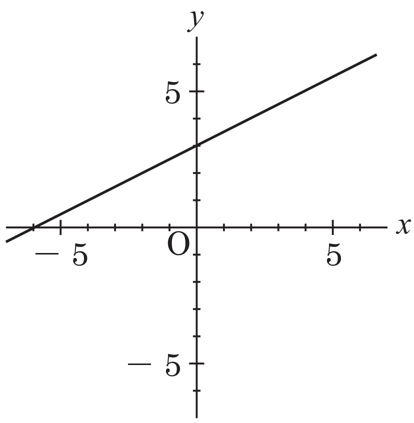
①　この一次関数の変化の割合を求めなさい。

②　次の**ア**～**エ**の中に，**表**の x と y の関係を表すグラフがあります。それを１つ選びなさい。

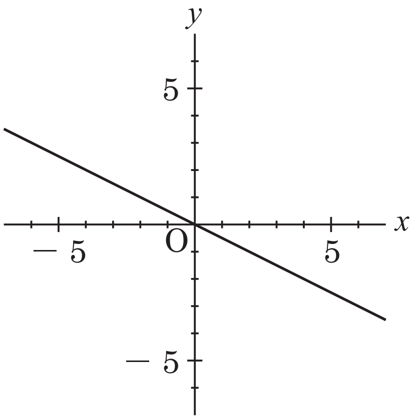
ア



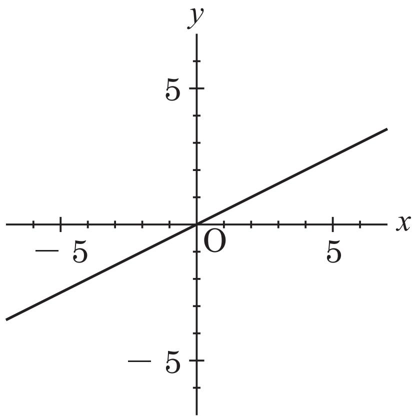
イ



ウ



エ

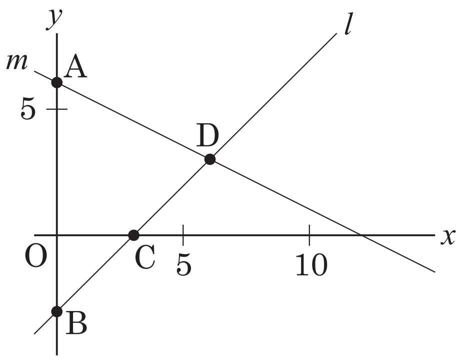


(4)　**図２**において，直線 l は二元一次方程式 $x-y=3$，直線 m は二元一次方程式 $x+2y=12$ のグラフです。

点 A，D は直線 m 上に，点 B，C，D は直線 l 上にあります。

あとの問いに答えなさい。

図２



①　連立方程式 $\begin{cases} x-y=3 \\ x+2y=12 \end{cases}$ の解を座標とする点について，次の**ア**～**オ**から正しいものを１つ選びなさい。

ア　解を座標とする点は，点 A である。

イ　解を座標とする点は，点 B である。

ウ　解を座標とする点は，点 C である。

エ　解を座標とする点は，点 D である。

オ　解を座標とする点は，点 A，B，C，D のいずれでもない。

②　点 D の x 座標は 6 になります。点 D の y 座標を求めなさい。

③　直線 l，直線 m，y 軸（じく）で囲まれた △ABD の面積を求めなさい。ただし，面積の単位は考えないものとします。

問題は，次のページに続きます。

5 たろうさんは**2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和**がどんな数になるかを調べています。

(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　たろうさんは25，31，53の3つの数で調べてみました。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$に当てはまる数を答えなさい。

25のとき $25 + 52 = 77 = 11 \times 7$

31のとき $31 + 13 = 44 = 11 \times 4$

53のとき $53 + \boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}} = 11 \times \boxed{\text{ウ}}$

これらを調べる中で，たろうさんは次のように考えて**【予想】**を立てました。

$77 = 11 \times 7$

$44 = 11 \times 4$

$\boxed{\text{イ}} = 11 \times \boxed{\text{ウ}}$

↓

77，44，$\boxed{\text{イ}}$のどれもが **11 ×（整数）**で表せる。

↓

11 ×（整数）で表せる数は11の倍数である。

↓

【予想】

「2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。」

次に，**【予想】**が，調べた数だけでなく，いつでも成り立つことを文字を用いて説明しようとしました。

(2)　あとの**説明**の中の $\boxed{\quad エ \quad}$，$\boxed{\quad オ \quad}$ に当てはまる式を書いて，**説明**を完成しなさい。

説明

2けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，2けたの自然数は，$10x+y$
十の位の数と一の位の数を入れかえた数は，$10y+x$　と表される。
したがって，それらの数の和は

$$\begin{aligned}(10x+y)+(10y+x) &= 10x+y+10y+x \\ &= 11x+11y \\ &= \boxed{\quad エ \quad}\end{aligned}$$

と表される。
$\boxed{\quad オ \quad}$ は整数だから $\boxed{\quad エ \quad}$ は11の倍数である。したがって，2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。

(3)　たろうさんは，今度は**2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差**は，1を除いたどんな数の**倍数**になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。

35のとき $35-53=-18$
41のとき $41-14=27$
66のとき $66-66=0$
⋮　　　⋮

たろうさんは，66のように十の位の数と一の位の数が同じである場合について，次のことを思い出しました。

0はすべての数の倍数である。

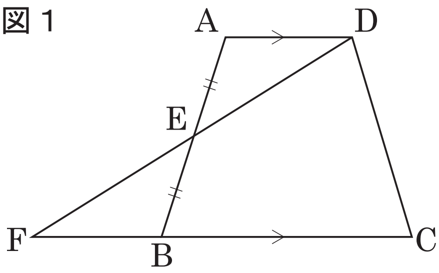
これらのことから，**2けたの自然数と，その十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差**について，どのようなことが予想できますか。たろうさんが立てた**【予想】**のように「 **〜 は，……になる。**」という形で書きなさい。

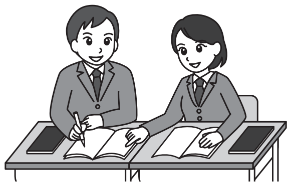
6　２人１組でチームを組み，協力して課題を解く学習で，ちはるさんとかずおさんの２人は**【課題１】**～**【課題３】**について話し合っています。

【課題１】

AD // BC，∠ABC < 90° である四角形 ABCD の辺 AB の中点を E とし，DE の延長線と辺 CB の延長線の交点を F とするとき，「**四角形 ABCD の面積と △DFC の面積が等しくなる。**」は成り立つか。

図１





かずおさん：**図１**をみてすごいことに気づいたよ。
四角形 ABCD を２つの図形に分けて
四角形 ABCD ＝ $\boxed{\text{ア}}$ ＋△AED
と考えると，△DFC も
△DFC ＝ $\boxed{\text{ア}}$ ＋△BEF と表せるよ。

ちはるさん：すごい。△AED と △BEF が合同なら，「**四角形 ABCD の面積と △DFC の面積が等しくなる。**」よね。

かずおさん：ということは，△AED ≡ △BEF が証明できればいいんだ。

ちはるさん：証明するための仮定は，AD // BC，∠ABC < 90° だよね。

かずおさん：大切なのは平行かな。たしか「平行線の性質」って習ったよね。

ちはるさん：「２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，同位角や錯角（さっかく）は等しい。」だよ。

(1)　$\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる図形を書きなさい。

そこで，△AED と △BEF が合同であることを証明することにしました。

【証明１】

△AED と △BEF において

仮定から　　AE ＝ BE（E は AB の中点）　…①

∠DAE ＝ ∠FBE（平行線の錯角）　…②

また，　∠AED ＝ ∠BEF（対頂角）　…③

①，②，③より，１組の辺と，その両端（りょうたん）の角がそれぞれ等しいから，

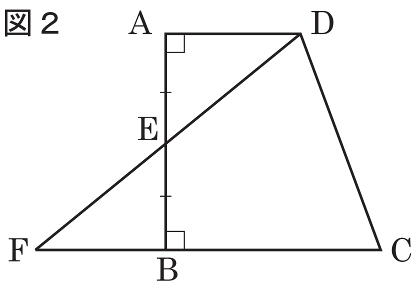
△AED ≡ △BEF

続いて，【課題２】に取り組みました。

【課題２】

∠ABC ＝ ∠BAD ＝ 90° である四角形 ABCD の辺 AB の中点を E とし，DE の延長線と辺 CB の延長線の交点を F とするとき，
「**四角形 ABCD の面積と △DFC の面積が等しくなる。**」は成り立つか。

図２



ちはるさん：**【課題１】**と似ているけれど，仮定が ∠ABC ＝ ∠BAD ＝ 90° にかわってるよ。それに，AD // BC が書かれていないね。
かずおさん：平行という仮定がないから，すぐには，錯角や同位角が等しいとはいえないね。やっぱり，**【証明１】**のように △AED と △BEF が合同であることを証明するには，先に，辺 AD と辺 FC が平行であることを示さないといけないのかな。
ちはるさん：平行であることを示さなくても，∠ABC ＝ ∠BAD ＝ 90° をつかえば，**【証明１】**と同じ合同条件で △AED ≡ △BEF が証明できるよ。そうすれば，「**四角形 ABCD の面積と △DFC の面積が等しくなる。**」は成り立つね。

(2)　ちはるさんとかずおさんの２人は，**図２**においても，△AED と △BEF が合同であることを証明することにしました。**【証明１】**の $\boxed{}$ の中を書き直して，次の**【証明２】**を完成しなさい。

【証明２】

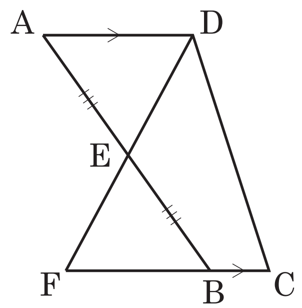
△AED と △BEF において
仮定から　　AE ＝ BE（E は AB の中点）　　…①
…②
…③
①，②，③より，１組の辺と，その両端の角がそれぞれ等しいから，
△AED ≡ △BEF

続いて**【課題３】**に取り組みました。

【課題３】

AD ∥ BC，∠ ABC ＞ 90° である四角形 ABCD の辺 AB の中点を E とし， DE の延長線と辺 CB の延長線の交点を F とするとき，
「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」は成り立つか。

図３



かずおさん：**【課題１】**と AD ∥ BC は同じだね。でも，**図３**は**図１**や**図２**とはずいぶん形が違うよ。

ちはるさん：∠ ABC の大きさの条件が変わると，図の形も変わるのね。

かずおさん：この**【課題３】**の**図３**でも，**【証明１】**のように △ AED ≡ △ BEF を示してから，「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」ことを証明しなければならないのかな。

(3)　かずおさんの意見に対して，まわりのチームから次の**ア**～**エ**のような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

ア　**【課題３】**の場合は，それぞれの辺の長さや角の大きさを測って，「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」ことを証明しなければならない。

イ　**【課題３】**の場合は，すでに**【証明１】**で △ AED ≡ △ BEF が示されているので，「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」ことを証明するために，△ AED ≡ △ BEF であることを，あらためて証明する必要がない。

ウ　**【課題３】**の場合も，「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」ことを証明するために，△ AED ≡ △ BEF であることを，あらためて証明する必要がある。

エ　**【課題３】**の場合は，「**四角形 ABCD の面積と △ DFC の面積が等しくなる。**」ことは成り立たない。

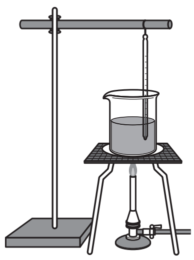
問題は，次のページに続きます。

7 とおるさんの班とさちこさんの班は，同じ形のビーカーに，同じ容量で水温の異なる水を入れ，火力の異なるガスバーナーを使って水を熱する実験を行いました。

このとき，(1)～(3)の問いに答えなさい。

それぞれの班では，経過する時間ごとに計測した水の温度を記録（**記録１・記録２**）し，その記録をもとに，熱し始めてからの時間を x 分，水の温度を y ℃として，**記録１**を**図１**に，**記録２**を**図２**に点Ａ～Ｄ，Ｅ～Ｈとしてかき入れ，**実験記録**としました。

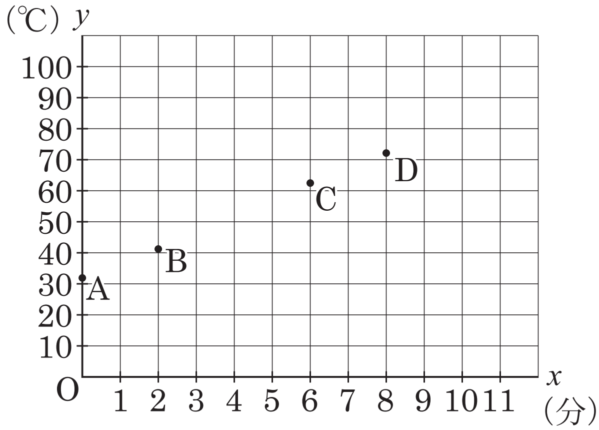
【とおるさんの班の実験記録】



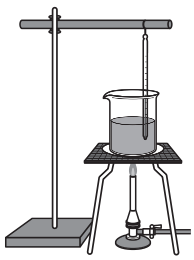
記録１

時間（分）	0	2	6	8
温度（℃）	32	41.8	62.2	72

図１



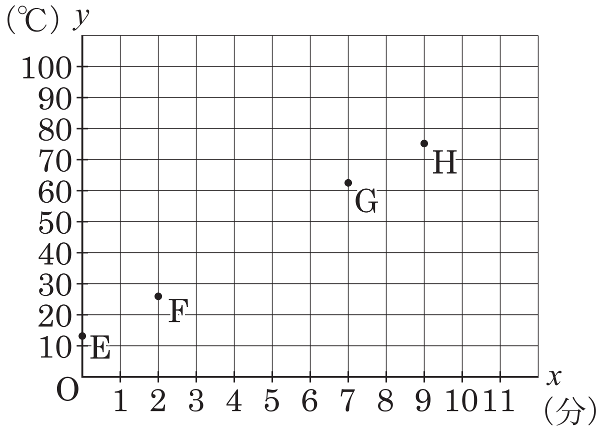
【さちこさんの班の実験記録】



記録２

時間（分）	0	2	7	9
温度（℃）	13	26.9	62.5	76

図２



(1)　**図１**で，熱し始めてから６分後の水の温度が 62.2 ℃であることを示す点はどれですか。次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア　Ａ　　　**イ**　Ｂ　　　**ウ**　Ｃ　　　**エ**　Ｄ

それぞれの持ち寄った**実験記録**から，熱し始めてからの時間 x(分) と，水の温度 y(℃) の２つの数量の関係について，**考え方**として次のようにまとめました。

考え方

図１の点Ａ～Ｄと，**図２**の点Ｅ～Ｈが，それぞれほぼ一直線上に並んでいることから，熱し始めてからの時間 x(分) と，水の温度 y(℃) の２つの数量の関係を一次関数とみなして考えることができる。

考え方からは，時間と水の温度を示す点は，とおるさんの班の実験では**図１**の２点Ａ，Ｄを通る直線上に，さちこさんの班の実験では**図２**の２点Ｅ，Ｈを通る直線上にあるものとみなすことができます。

(2)　**図２**で，２点Ｅ，Ｈを通る直線の式を求めなさい。

(3)　二人の班では，とおるさんの班の実験とさちこさんの班の実験での水の温度の変化を考えると，水の温度が 50 ℃から 70 ℃まで上昇(じょうしょう)するのにかかる時間は，さちこさんの班の実験の方がとおるさんの班の実験より短いと考えました。

「さちこさんの班の実験の方がとおるさんの班の実験より短い」と考えた理由を述べた次の**説明**を完成しなさい。

説明

したがって，水の温度が 50 ℃から 70 ℃まで上昇するのにかかる時間は，さちこさんの班の実験の方がとおるさんの班の実験より短いといえる。