受験番号	

令和４年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

支援学校高等部　数学　解答用紙　（４枚のうち１）

（（１）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

3

得点	

（１）

$x=\log_a b$ とおくと，$a^x=b$

$c\neq 1$ なので，両辺cを底とする対数をとると，

$$\log_c a^x=\log_c b \Leftrightarrow x\log_c a=\log_c b$$

ここで，$a\neq 1$ より，$\log_c a\neq 0$ なので，$x=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

よって，$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

／

受験番号	

令和４年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

支援学校高等部　数学　解答用紙　（４枚のうち２）

（（２）の（イ）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること

（２）の（ア）は答えのみでよい）

3 （続き）

（２）（ア）

$$f'(x) = \frac{2}{\sin 2x}$$

（イ）

（ア）の関数$f(x)$は区間$[p,\ q]$において連続かつ区間(p, q)において

微分可能なので，平均値の定理より，

$$\frac{\log(\tan q) - \log(\tan p)}{q-p} = \frac{2}{\sin 2c} \cdots ①$$

$$p < c < q \cdots ②$$

を満たす実数cが存在する。

条件と②より，$\dfrac{\pi}{6} < c < \dfrac{\pi}{3}$なので，$\dfrac{\pi}{3} < 2c < \dfrac{2}{3}\pi$である。

これより，$\dfrac{\sqrt{3}}{2} < \sin 2c \leqq 1$であることから，

$$2 \leqq \frac{2}{\sin 2c} < \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdots ③$$

が成り立つ。よって，①と③より，

$$2 \leqq \frac{\log(\tan q) - \log(\tan p)}{q-p} < \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

受験番号	

支援学校高等部　数学　解答用紙　（４枚のうち３）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4

得点	

（１）

点と直線の距離の公式より，$\mathrm{PH}=\dfrac{|t-t^n|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}$で，$0 \leqq t \leqq 1$ より，$\mathrm{PH}=\dfrac{t-t^n}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{\mathrm{OH}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\mathrm{PH}}{\sqrt{2}}=t$より，$\mathrm{OH}=\sqrt{2}t-\mathrm{PH}=\dfrac{t+t^n}{\sqrt{2}}$

（２）

$\mathrm{OH}=h$ とおくと，$0 \leqq h \leqq \sqrt{2}$より，求める回転体の体積V_nは，

$$V_n=\pi\int_0^{\sqrt{2}}(\mathrm{PH})^2 dh$$

h	$0 \to \sqrt{2}$
t	$0 \to 1$

$\dfrac{dh}{dt}=\dfrac{1+nt^{n-1}}{\sqrt{2}}$ より，

$$V_n=\pi\int_0^1\left(\frac{t-t^n}{\sqrt{2}}\right)^2\frac{1+nt^{n-1}}{\sqrt{2}}dt$$

$$=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\int_0^1\{t^2+(n-2)t^{n+1}+(1-2n)t^{2n}+nt^{3n-1}\}dt$$

$$=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\left[\frac{t^3}{3}+\frac{n-2}{n+2}t^{n+2}+\frac{1-2n}{2n+1}t^{2n+1}+\frac{1}{3}t^{3n}\right]_0^1$$

$$=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\left(\frac{n-2}{n+2}+\frac{1-2n}{2n+1}+\frac{2}{3}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}(n-1)^2}{3(n+2)(2n+1)}\pi$$

受験番号	

令和4年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

支援学校高等部　数学　解答用紙　（４枚のうち４）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4　（続き）

（３）

$$\lim_{n\to\infty} V_n = \lim_{n\to\infty} \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\left(\frac{n-2}{n+2}+\frac{1-2n}{2n+1}+\frac{2}{3}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1-\frac{2}{n}}{1+\frac{2}{n}}+\frac{\frac{1}{n}-2}{2+\frac{1}{n}}+\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$$