

高等学校 数学

解答についての注意点

- 1 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 2 大問①, 大問②については、マーク式解答用紙に、
大問③, 大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 3 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 4 大問①, 大問②については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1

受験番号										
1	9	8	3	7	5	0	0	0	0	0
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	1 9 8 3 7 5
------	-------------

マーク式解答用紙への解答上の注意

- (1) 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- (2) 問題の文中の **ア**, **イウ** などには、特に指示のないかぎり、符号(−, ±), 数字(0~9), または文字(a~e)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークしてください。

例 **アイウ** に $-7a$ と答えたいとき

ア	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
ウ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

なお、同一の問題文中に **ア**, **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**, **イウ** のように細枠で表記します。

- (3) 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、 $\frac{3}{4}$, $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$, $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- (4) 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークしてください。

例えば、**キ**.**クケ** に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

- (5) 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- (6) 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- 5 その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

1 関数 $f(x) = 27^x + 27^{-x} - 6(9^x + 9^{-x}) + 3(3^x + 3^{-x})$ が最小値をとるときの x を求めよう。

$t = 3^x + 3^{-x}$ とおくと, $9^x + 9^{-x} = t^2 - \boxed{\text{ア}}$, $27^x + 27^{-x} = t^3 - \boxed{\text{イ}}t$ より

$f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とおくと, $g(t) = t^3 - \boxed{\text{ウ}}t^2 + \boxed{\text{エオ}}$ である。

ここで t は $x = \boxed{\text{カ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとり, $t \geq \boxed{\text{キ}}$ を満たすので

$g(t)$ は $t = \boxed{\text{ク}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{ケコサ}}$ をとる。よって $f(x)$ が最小値をとるときの $x = \boxed{\text{シ}}$ で

ある。ただし $\boxed{\text{シ}}$ は下の ①～⑧のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\boxed{\text{シ}}$ の選択肢

① $2 + \sqrt{3}$

② $2 - \sqrt{3}$

③ $2 \pm \sqrt{3}$

④ $3^{2+\sqrt{3}}$

⑤ $3^{2-\sqrt{3}}$

⑥ $3^{2 \pm \sqrt{3}}$

⑦ $\log_3(2 + \sqrt{3})$

⑧ $\log_3(2 - \sqrt{3})$

⑨ $\log_3(2 \pm \sqrt{3})$

2

(1) 2つの集合A, Bについて $A = \{2, 5, 7a - a^2\}$, $B = \{3, 6, 5a - 3, 2a - b\}$ である。6が共通部分 $A \cap B$ に属していて、 $A \cap B = \{5, 6\}$ であるとき、 $b = \boxed{\text{ア}}$ であり、和集合 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, \boxed{\text{イウ}}\}$ である。

(2) 1辺の長さが2である正八角形の面積は $\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 大小2つのさいころを同時に1回だけ投げ、大きいさいころの目の数を a 、小さいさいころの目の数を b とする。座標平面上において、点 $P(a, b)$ が

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{9}x^2 \\ y \leq -\frac{1}{3}x + 6 \end{cases}$$

を満たす部分に含まれている確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。ただし、さいころは1から6までの目の目が出ることも同様に確からしいものとする。

(4) 5040の正の約数の個数は $\boxed{\text{コサ}}$ 個である。

(5) $xy + 7x + 5y + 12 = 0$ を満たす整数 x, y のうち、 x が最大となるときの x と y の値はそれぞれ $x = \boxed{\text{シス}}$, $y = \boxed{\text{セソ}}$ である。

(6) $\cos 15^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 60^\circ \cos 75^\circ$ の値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(7) 次の $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを①～④のうちから一つ選べ。

点 P が $\triangle OAB$ を含む平面上にあるとき、 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ が成り立つことは、点 P が $\boxed{\text{テ}}$ 上に存在するための必要十分条件である。

$\boxed{\text{テ}}$ の選択肢

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| ① $\triangle OAB$ の外接円の周 | ① $\triangle OAB$ の内接円の周 |
| ② 線分 AB を直径とする円の周 | ③ 線分 AB の垂直二等分線 |
| ④ $\angle AOB$ の二等分線 | |

(8) 数列 $1, -1, -1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, \dots$ を $\{a_n\}$ とする。

次のように、初項から項が1個、2個、3個、 \dots となるように群に分け、それぞれ第1群、第2群、第3群、 \dots とする。

$$1 \mid -1, -1 \mid 0, 0, 0 \mid 1, 1, 1, 1 \mid -1, -1, -1, -1, -1 \mid 0, 0, 0, 0, 0, 0 \mid \dots$$

第 n 群には、 $n \equiv 1 \pmod{3}$ のとき1が、 $n \equiv -1 \pmod{3}$ のとき-1が、

$n \equiv 0 \pmod{3}$ のとき0が、それぞれ n 個ずつ並んでいるといえる。このとき、 a_{324} は

第 $\boxed{\text{トナ}}$ 群に含まれていて、 $\sum_{n=1}^{324} a_n = \boxed{\text{ニヌ}}$ である。

3 次の問いに答えよ。

[1] 座標平面上において、原点を中心とする半径 r の円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 (x_1, y_1) における接線の方程式は $x_1x + y_1y = r^2$ で表されることを証明せよ。

[2] 点 $A(7, 1)$ から円 $O: x^2 + y^2 = 25$ に引いた接線をそれぞれ l, m とし、円 O と l の接点を S 、円 O と m の接点を T とおく。ただし、 S は第 1 象限にあるとする。

(1) 直線 l, m の方程式をそれぞれ求めよ。

(2) 円 O の短い方の弧 ST と直線 l と直線 m で囲まれた部分に中心があり、直線 l, m 、円 O のすべてに接する円の方程式を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

[1] 関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ で次のように定義されている。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+2\tan x} & (x \neq \frac{\pi}{2}) \\ a & (x = \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

(1) $f(x)$ が $x = \frac{\pi}{2}$ で連続となるように a の値を定めよ。

(2) (1) のように a を定めるとき、関数 $f(x)$ は $x = \frac{\pi}{2}$ で微分可能か。その理由を含めて答えよ。

[2] 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^2 \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + 1} dx$$

【計算用紙】

(必要に応じて使用すること)

