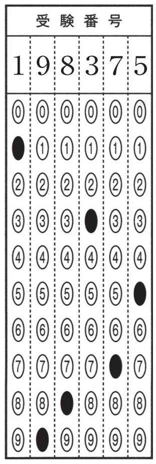
令和３年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	１９８３７５

解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，マーク式解答用紙に，
　大問$\boxed{4}$については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
　記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

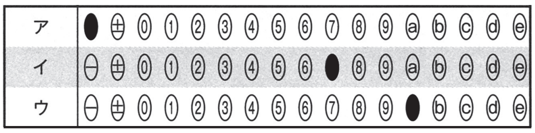
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などには，特に指示のないかぎり，符号（−，±），数字（0～9），または文字（a～e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また，それ以上約分できない形で答えてください。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。

例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

1 関数 $f(x) = 27^x + 27^{-x} - 6(9^x + 9^{-x}) + 3(3^x + 3^{-x})$ が最小値をとるときの x を求めよう。

$t = 3^x + 3^{-x}$ とおくと，$9^x + 9^{-x} = t^2 - \boxed{\text{ア}}$，$27^x + 27^{-x} = t^3 - \boxed{\text{イ}}\,t$ より

$f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とおくと，$g(t) = t^3 - \boxed{\text{ウ}}\,t^2 + \boxed{\text{エオ}}$ である。

ここで t は $x = \boxed{\text{カ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとり，$t \geqq \boxed{\text{キ}}$ を満たすので

$g(t)$ は $t = \boxed{\text{ク}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{ケコサ}}$ をとる。よって $f(x)$ が最小値をとるとき $x = \boxed{\text{シ}}$ で

ある。ただし $\boxed{\text{シ}}$ は下の⓪～⑧のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\boxed{\text{シ}}$ の選択肢

⓪ $2+\sqrt{3}$	① $2-\sqrt{3}$	② $2\pm\sqrt{3}$
③ $3^{2+\sqrt{3}}$	④ $3^{2-\sqrt{3}}$	⑤ $3^{2\pm\sqrt{3}}$
⑥ $\log_3(2+\sqrt{3})$	⑦ $\log_3(2-\sqrt{3})$	⑧ $\log_3(2\pm\sqrt{3})$

2　(1) 2つの集合A, Bについて $A=\{2,5,7a-a^2\}$，$B=\{3,6,5a-3,2a-b\}$である。6が共通部分$A\cap B$に属していて，$A\cap B=\{5,6\}$であるとき，$b=\boxed{\text{ア}}$であり，和集合 $A\cup B=\{2,3,5,6,\boxed{\text{イウ}}\}$である。

(2) 1辺の長さが2である正八角形の面積は$\boxed{\text{エ}}+\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$である。

(3) 大小2つのさいころを同時に1回だけ投げ，大きいさいころの目の数をa，小さいさいころの目の数をbとする。座標平面上において，点P(a, b)が

$$\begin{cases} y \geqq \dfrac{1}{9}x^2 \\ y \leqq -\dfrac{1}{3}x+6 \end{cases}$$

を満たす部分に含まれている確率は$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$である。ただし，さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(4) 5040の正の約数の個数は$\boxed{\text{コサ}}$個である。

(5) $xy+7x+5y+12=0$を満たす整数x, yのうち，xが最大となるときのxとyの値はそれぞれ$x=\boxed{\text{シス}}$，$y=\boxed{\text{セソ}}$である。

(6) $\cos 15^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 60^\circ \cos 75^\circ$ の値は$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$である。

(7) 次の$\boxed{\text{テ}}$に当てはまるものを⓪～④のうちから一つ選べ。

点Pが△OABを含む平面上にあるとき，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$が成り立つことは，点Pが$\boxed{\text{テ}}$上に存在するための必要十分条件である。

$\boxed{\text{テ}}$の選択肢

⓪　△OABの外接円の周　　①　△OABの内接円の周

②　線分ABを直径とする円の周　　③　線分ABの垂直二等分線

④　∠AOBの二等分線

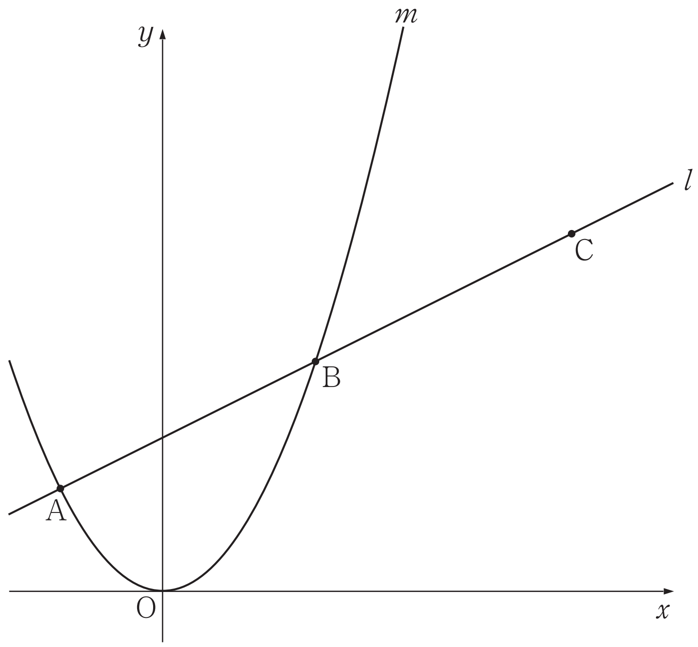
(8) 数列 $1,-1,-1,0,0,0,1,1,1,1,-1,-1,-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,\cdots$を$\{a_n\}$とする。

次のように，初項から項が1個，2個，3個，・・・となるように群に分け，それぞれ第1群，第2群，第3群，・・・とする。

$1 \mid -1,-1 \mid 0,0,0 \mid 1,1,1,1 \mid -1,-1,-1,-1,-1 \mid 0,0,0,0,0,0 \mid \cdots$

第n群には，$n\equiv 1 \pmod 3$のとき1が，$n\equiv -1 \pmod 3$のとき-1が，$n\equiv 0 \pmod 3$のとき0が，それぞれn個ずつ並んでいるといえる。このとき，a_{324}は第$\boxed{\text{トナ}}$群に含まれていて，$\displaystyle\sum_{n=1}^{324} a_n=\boxed{\text{ニヌ}}$である。

$\boxed{3}$ 下の図において放物線 $m : y = \dfrac{1}{2}x^2$ と直線 $l : y = ax + b\ (a > 0)$ が２点A，Bで交わっており，Aの x 座標は -2 である。また，直線 l 上に AB＝BC を満たすAと異なる点Cをとる。

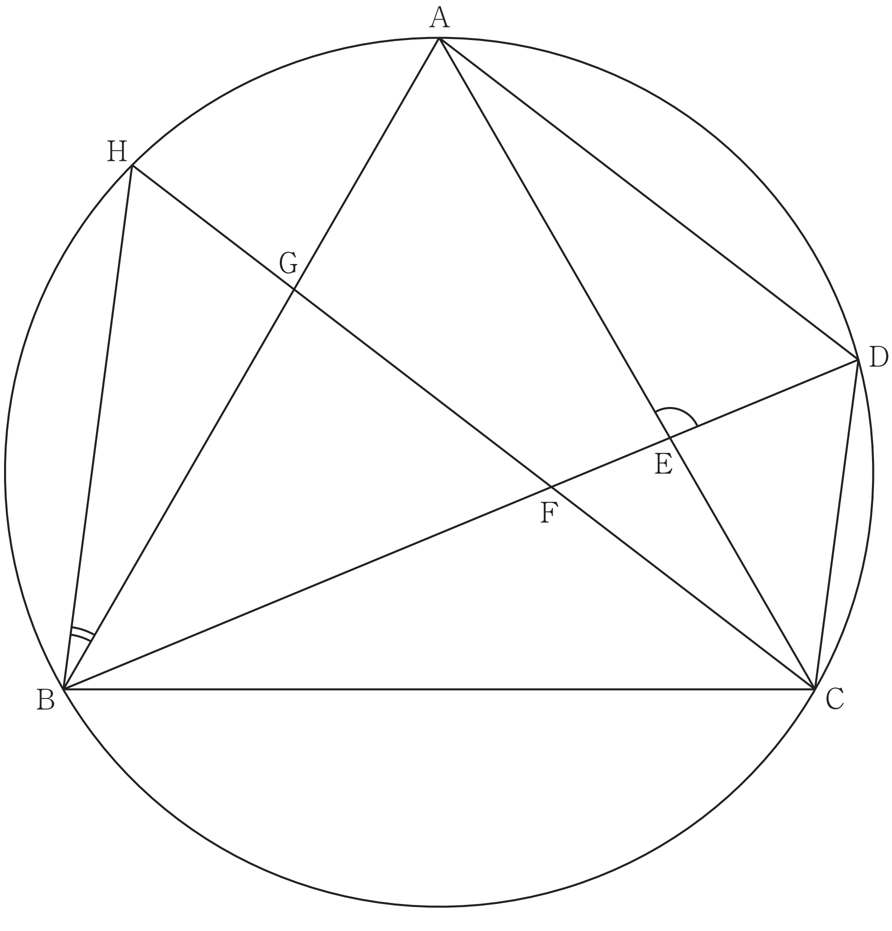


(1) $a = \dfrac{1}{2}$ のとき，直線 l の方程式は $y = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}x + \boxed{ウ}$ であり，Bの座標は $\left(\boxed{エ},\ \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\right)$ であり，Cの座標は $(\boxed{キ},\ \boxed{ク})$ である。

(2) $\angle AOC = 90^\circ$ のとき，Cの x 座標は $\boxed{ケ} + \boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。

(3) $a = 1$ のとき，y 軸に関してAと対称な点をDとする。△AODを y 軸の周りに１回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\pi$ であり，△AOBを y 軸の周りに１回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チツ}}\pi$ である。

4 下の図のように正三角形 ABC と 3 点 A，B，C を通る円がある。点 B を含まない側にある弧 AC 上に点 D をとり，△ADC をつくる。線分 BD を引き，辺 AC との交点を E，線分 BD 上に AD＝BF となる点 F をとる。直線 CF と辺 AB との交点を G，直線 CF と C を含まない側にある弧 AB との交点を H とするとき，次の問いに答えよ。



(1) △ADC ≡ △BFC を証明せよ。

(2) ∠AED = a とするとき，∠HBG の角度を a を用いて表せ。

(3) AD : DC = 4 : 3 のとき，線分 BE と線分 ED の長さの比を最も簡単な整数比で表せ。

(4) AB = 8 cm かつ (3) のとき，△BFC の面積を求めよ。

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）